

電磁場の直接観察と相対性理論(第2回)

～電子線ホログラフィーの原理と応用～

進藤大輔*

2.1 はじめに

第1回の講義では、電磁場の概念とその観察の重要性を、アインシュタインとインフェルトの言葉を引用しながら説明した。また、電磁場を、電磁ポテンシャルを用いて記述するとともに、特殊相対性理論に基づいて、電磁場を反対称2階テンソルを用いて記述し、相対的に一様な速度で移動するいかなる慣性系においても、不変な形式としてMaxwellの方程式を整理した(ローレンツ不変性)。

第2回の本講義では、電子線ホログラフィーの原理を説明しながら、どのようにして電場や磁場の情報が定量的に得られるかを解説する。第1回で説明したスカラーポテンシャルやベクトルポテンシャルを用いた電場と磁場の観察の違いなどを指摘するとともに、実際の材料での電場と磁場の観察例も紹介する。

2.2 電子線ホログラフィーの原理⁽¹⁾

図2.1は、電子線ホログラフィーの原理を示す概略図である。図左上は電子顕微鏡の模式図であり、電子銃には、干渉性の高い電子が得られる電界放出型電子銃が用いられる。この電子銃から放出され試料を通過した電子波は、物体波(青色で表示)と呼ばれる。この物体波と真空領域を通過した波(参照波と呼ばれる)はバイプリズムを通して、重ね合わされ(黄色で表示)ホログラムが得られる。このホログラムにコンピュータを用いてフーリエ変換等の演算処理がなされ、電磁場の情報を示す位相再生像が得られることになる。この過程は、以下の様に、数式を用いて説明できる。

まず、試料に入射する平面波は、 $\exp[i(kz - \omega t)]$ と記述され、試料がこの入射波に与える影響 $q(x, y)$ は、

$$q(x, y) = a(x, y) \exp\{i\phi(x, y)\} \quad (2.1)$$

と記述できる。ここで、 $a(x, y)$ と $\phi(x, y)$ は、試料の電磁場による入射波の振幅と位相の変化を示す。振幅の変化 $a(x, y)$ は吸収や回折効果によってもたらされる。一方、位相変化 $\phi(x, y)$ は、

$$\phi(x, y) = \sigma \int \varphi(x, y, z) dz - \frac{e}{\hbar} \int \vec{A}(x, y, z) d\vec{z} \quad (2.2)$$

と記述される。ここで、 $\varphi(x, y, z)$ and $\vec{A}(x, y, z)$ は、第1回の講義で述べた、スカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルである。また、 σ は相互作用係数と呼ばれ、入射電子の速度 v を用いて、

$$\sigma = \frac{e}{\hbar v} = \frac{2\pi}{\lambda V(1 + \sqrt{1 - (v/c)^2})} \quad (2.3)$$

と記述でき、 λ と V は入射電子の波長と加速電圧に対応し、 c は光速を示す。式(2.2)の第2項の e と \hbar は、素電荷と 2π で除したプランク定数である。

汎用の透過電子顕微鏡像では、強度として $q(x, y)$ の絶対値の2乗、つまり

$$I(x, y) = |q(x, y)|^2 = a^2(x, y) \quad (2.4)$$

が得られるが、これは吸収・回折コントラストに対応する。したがって、スカラーやベクトルポテンシャルからなる位相の情報 $\phi(x, y)$ は得られないことがわかる(本講義第1回、図1.2(a)参照)。

一方、電子線ホログラフィーでは、図2.1に示すように、試料を通過した物体波と真空中を通過した参照波を重ね合わせ、ホログラム

* 理化学研究所チームリーダー、東北大学名誉教授、日本金属学会フェロー(〒351-0198 和光市広沢 2-1 フロンティア中央研究棟306-2) Direct Observation of Electromagnetic Field and Theory of Relativity — 2. Principles and Application of Electron Holography —; Daisuke Shindo* (*RIKEN Center for Emergent Matter Science, Wako)

Keywords: *electron holography, electromagnetic field, special theory of relativity, general theory of relativity, collective motion of electrons, wave-particle duality, spinning linear wave*

2023年3月16日受理[doi:10.2320/materia.63.109]

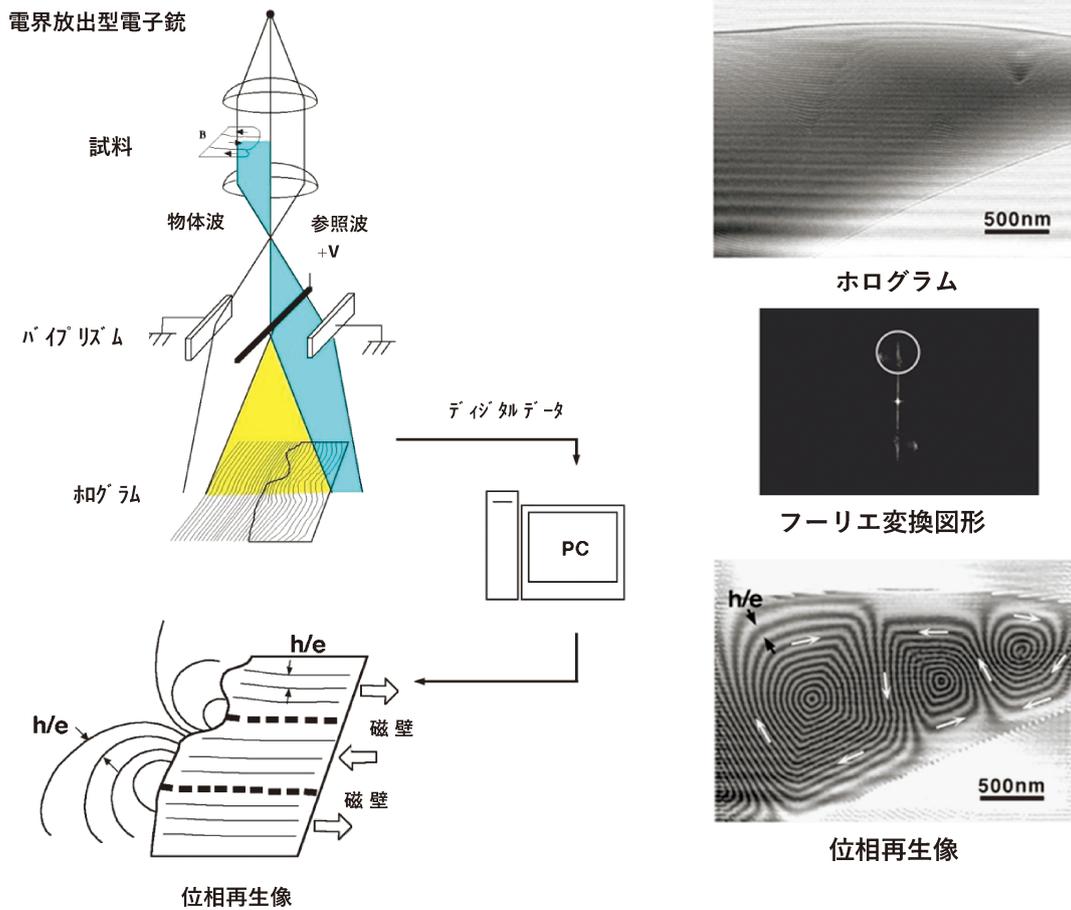


図2.1 電子線ホログラフの原理を示す概略図(左)と像の再生過程(右).

$$I_{\text{hol}}(x, y) = \left| a(x, y) \exp\left(-\pi i \frac{\alpha_h}{\lambda} x + i\phi(x, y)\right) + \exp\left(\pi i \frac{\alpha_h}{\lambda} x\right) \right|^2$$

$$= 1 + a^2(x, y) + 2a(x, y) \cos\left(\frac{2\pi\alpha_h x}{\lambda} - \phi(x, y)\right) \quad (2.5)$$

を形成する。ここで、 α_h は物体波と参照波のなす角度である。式(2.5)右辺の最後の項が、干渉縞に対応する。

このホログラムにフーリエ変換(\mathcal{F})を演算すると、フーリエ変換図形

$$\mathcal{F}[I_{\text{hol}}(x, y)] = \delta(x, y) + \mathcal{F}[a^2(x, y)]$$

$$+ \mathcal{F}[a(x, y) \exp(i\phi(x, y))] * \delta(u + \alpha_h/\lambda, v)$$

$$+ \mathcal{F}[a(x, y) \exp(-i\phi(x, y))] * \delta(u - \alpha_h/\lambda, v) \quad (2.6)$$

が得られる(図2.1の右側中段)。ここで、 $*$ は畳み込み演算を示す。干渉効果を利用することにより、式(2.6)右辺の第3項と第4項に位相情報 $\phi(x, y)$ が残っていることがわかる。このどちらかの項を、例えば第3項を選択し α_h/λ だけ移動させ逆フーリエ変換(\mathcal{F}^{-1})を施すと

$$\mathcal{F}^{-1}[\mathcal{F}[a(x, y) \exp(i\phi(x, y))] * \delta(u, v)] = a(x, y) \exp(i\phi(x, y)) \quad (2.7)$$

となり、振幅と位相情報が再生されることがわかる。一般に再生された位相分布は余弦関数を用いて

$$I_{\text{ph}}(x, y) = \cos(\phi(x, y)) \quad (2.8)$$

と表示されるが、こうして得られた像は、位相再生像とよば

れる。位相情報が弱い場合には、必要に応じて、 $\phi(x, y)$ に整数 n を乗ずることにより、位相増幅した表示が用いられる。

2.3 スカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルから得られる位相情報の比較

2.3.1 スカラーポテンシャルによる位相変化

試料が非磁性体の場合、位相変化 $\phi(x, y)$ は、スカラーポテンシャルのみに依存する。この時の位相変化は式(2.2)より、

$$\phi(x, y) = \sigma \int \phi(x, y, z) dz \quad (2.9)$$

図2.2(a)に示すように、薄膜試料の組織が均一で、厚み t が一様な場合、入射平面波の試料下CとDでの位相差は、式(2.9)より

$$\phi(x_C, y_C) - \phi(x_D, y_D) = \sigma \int_0^t \phi(x_C, y_C, z) - \phi(x_D, y_D, z) dz = 0 \quad (2.10)$$

となって、位相差はなく、スカラーポテンシャル、つまり内部ポテンシャルの情報は得られない。

2.3.2 ベクトルポテンシャルによる位相変化

今度は、磁性体による位相変化を考えよう。試料の厚みが一定の場合、スカラーポテンシャルの影響はなく、位相変化

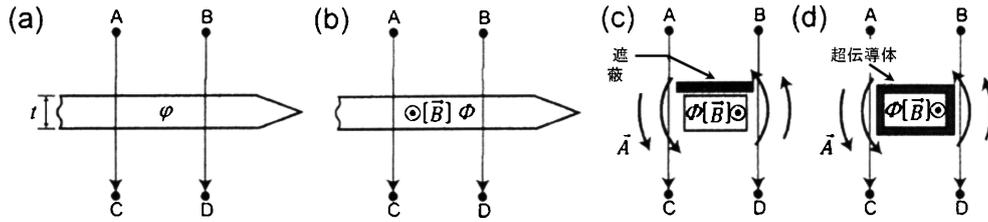


図2.2 (a) スカラーポテンシャルが存在する場合の入射電子の位相変化を示す模式図. (b)~(d) ベクトルポテンシャルが存在する場合の入射電子の位相変化を示す模式図. 詳細は本文参照.

は図2.2(b)に示すように, ベクトルポテンシャル \vec{A} を用いて

$$\phi(x, y) = -\frac{e}{\hbar} \int \vec{A}(x, y, z) \cdot d\vec{z} \quad (2.11)$$

で与えられる. 図2.2(b)で, 入射平面波が試料上 A と B で同一位相の場合, 試料下 C と D の位相差は,

$$\begin{aligned} \phi(x_C, y_C) - \phi(x_D, y_D) &= -\frac{e}{\hbar} \int_A^C \vec{A}(x, y, z) \cdot d\vec{z} + \frac{e}{\hbar} \int_B^D \vec{A}(x, y, z) \cdot d\vec{z} \\ &= \frac{e}{\hbar} \oint_{ABDC} \vec{A}(x, y, z) \cdot d\vec{s} \end{aligned} \quad (2.12)$$

で与えられる. ここで, 第1回の講義で説明した式(1.7)のベクトルポテンシャルにストークスの定理を用いると,

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{s} = \iint \text{rot } \vec{A} \cdot d\vec{S} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint B_n dS \quad (2.13)$$

となる. ただし, B_n は領域 dS に垂直な磁束密度 \vec{B} の成分である. 結局, C と D の位相差は

$$\phi(x_C, y_C) - \phi(x_D, y_D) = \frac{e}{\hbar} \iint B_n dS = \frac{e}{\hbar} \Phi \quad (2.14)$$

となる. ここで, Φ は領域 $ABDC$ を垂直に通過する磁束に対応する. もし, $\phi(x_C, y_C)$ と $\phi(x_D, y_D)$ の位相差が 2π の場合, つまり

$$\frac{e}{\hbar} \Phi = 2\pi \quad (2.15)$$

の場合,

$$\Phi = \frac{\hbar}{e} = 4.1 \times 10^{-15} \text{ Wb} \quad (2.16)$$

となる. この値はいわゆる磁束量子 ($h/2e$) の2倍に相当する. したがって, 試料の電子線方向に投影した磁束と位相再生像 ($\cos(\phi(x, y))$) 上の位相差 2π に対応する白線(あるいは黒線)間の距離 l から

$$\Phi = ltB_n = h/e \quad (2.17)$$

の関係が得られる. ここで, t は試料の厚みである. 式(2.17)より, l と B_n の関係は

$$l = \frac{h}{etB_n} \quad (2.18)$$

で与えられる.

スカラーポテンシャルの場合と異なり, ベクトルポテンシャルでは試料厚みが一定の場合でも, 式(2.14)で与えられる位相差が生じることになる. 図2.2(c)に示すように, 電子が試料つまり磁束密度 \vec{B} を通過しない場合でも, C と D の間

は位相差が生じる. 結局この位相差は, 図2.2(c)に示すベクトルポテンシャルの存在によるものであり, Aharonov-Bohm 効果と呼ばれる⁽²⁾.

故外村博士らは, 図2.2(d)に示すように, 磁性体を超伝導体で覆い, 磁束の漏れを抑制した状態で電子線ホログラフイーの実験を実施して, ベクトルポテンシャルの実在を実証した⁽³⁾.

2.3.3 位相変化に及ぼすスカラーポテンシャルとベクトルポテンシャルの影響

図2.2では, 均一な厚みの試料を仮定した. 一般に, イオンミリング法や集束イオンビーム法で調製された試料では厚みは不均一で, 特に試料端では, 厚さの変化は急激である. 図2.3(a)には, 急冷した $\text{Fe}_{73.5}\text{Cu}_1\text{Ni}_3\text{Si}_{13.5}\text{B}_9$ 試料をイオン

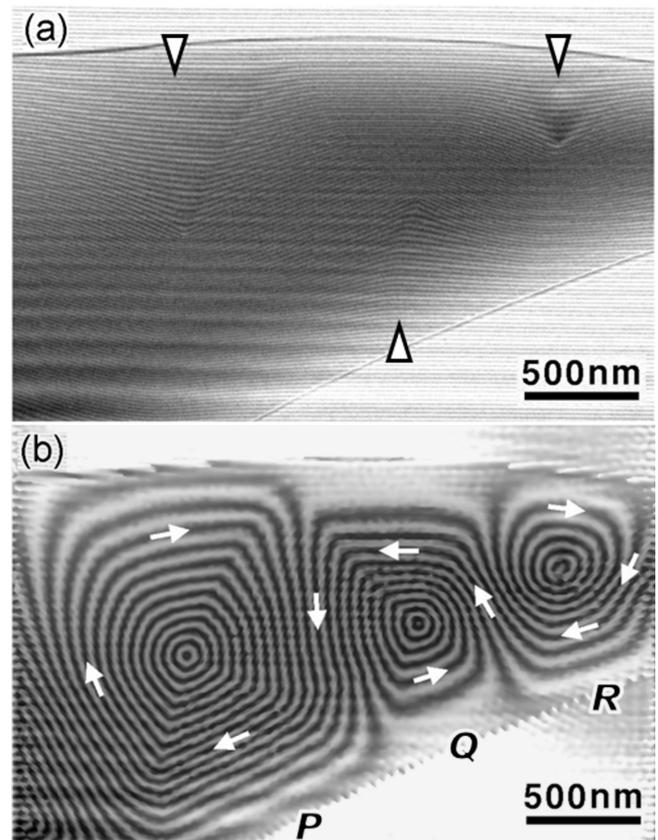


図2.3 急冷した $\text{Fe}_{73.5}\text{Cu}_1\text{Nb}_3\text{Si}_{13.5}\text{B}_9$ 試料で得られたホログラム (a) と位相再生像 (b). (b) の位相再生像中の矢印は, 磁束の方向を示す.

ミリング法で作製して得たホログラムを示す。干渉縞は試料外部では直線であるが、試料内部では直線からずれ、ところどころで大きく湾曲している。矢先で示すように、試料上端

の左側と右側では干渉縞が下向きに湾曲しているのに対し、試料下端の中央では、干渉縞は上向きに湾曲している。これらの違いは、図2.3(b)の位相再生像に示す還流磁区を構成する磁束の分布によってもたらされている。

位相再生像のシミュレーションを通して、こうした干渉縞の分布と、試料形状および磁束の分布との対応を調べてみよう。図2.4(a)に示す試料形状で内部ポテンシャルと飽和磁束密度を、それぞれ17 V, 1.2 Tと仮定し、磁束の方向は試料端に平行と仮定する。また、試料外への漏洩磁場は無視する。図2.4(b)の位相再生像は、磁場をゼロとして内部ポテンシャルの影響のみを考慮した場合のシミュレーション像である。一方、(c)の図は、磁場の影響のみを考慮した場合の像である。図2.4(d)と(e)は、内部ポテンシャルと磁場の両方の影響を考慮した場合の結果である。試料端に垂直な方向への位相変化に対応する白あるいは黒の干渉縞の密度が磁束の方向により変化している様子がわかる。図2.3(b)のPとRの領域は、図2.4(d)のシミュレーションに、また図2.3(b)のQの領域は、図2.4(e)のシミュレーションに対応することがわかる。

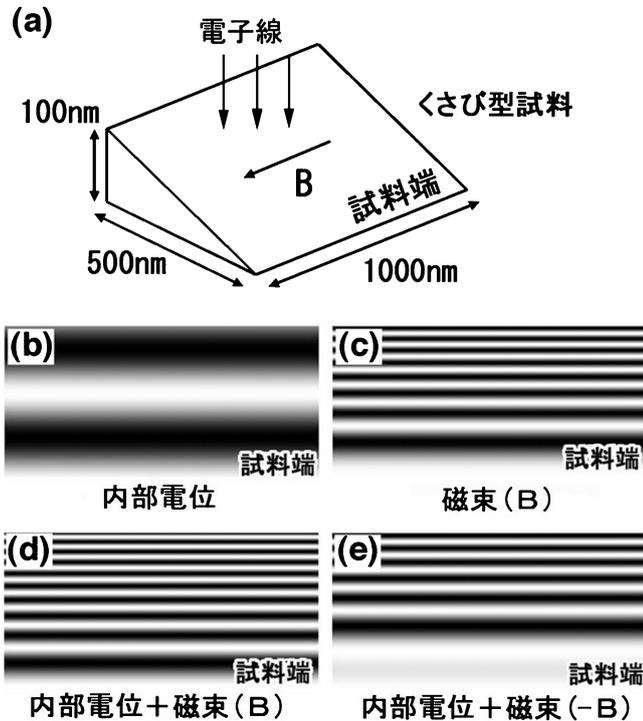


図2.4 (a) 位相再生像のシミュレーションに用いたモデル試料の形状。(b) 磁場が存在せず、内部ポテンシャル(17 V)の影響のみを考慮した場合の位相再生像のシミュレーション。(c) 磁場(飽和磁束密度: 1.2 T)の影響のみを考慮した場合のシミュレーション像。(d) 内部ポテンシャルと(c)の磁場の両方の影響を考慮した場合のシミュレーション像。(e) 内部ポテンシャルと(c)と逆向きの磁場の影響を考慮した場合のシミュレーション像。

2.4 電場の解析例

電子線ホログラフィーによる電場の解析例として、電子写真プリンタに用いられているトナー粒子の帯電量の評価について述べる。絶縁性のトナー粒子は、摩擦帯電によって電荷を帯び、画像形成に利用される。このトナー粒子を透過電子顕微鏡に入れ、電子線を照射すると、2次電子が発生するため、摩擦帯電で形成された電荷の値に変化が生じる。したがって、こうした2次電子の発生を抑えた条件での観察と解析が必要となる。

図2.5(a)に、電子線ホログラフィーでトナー粒子の帯電量

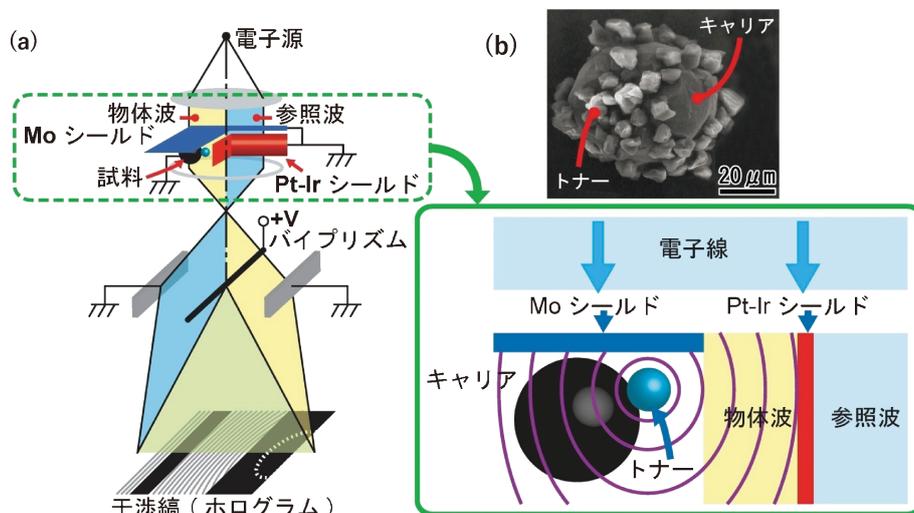


図2.5 (a) 電子線ホログラフィーによるトナー粒子の帯電量の評価を行った際の実験配置。(b) 試料周辺の拡大図(上方)。下方の模式図は、試料ホルダに装着した探針(Mo シールド)を試料上部に挿入し、入射電子線が試料に入射しない実験条件を示す。また、右側の Pt-Ir シールドにより、漏えい電場の存在しない参照波が得られる。

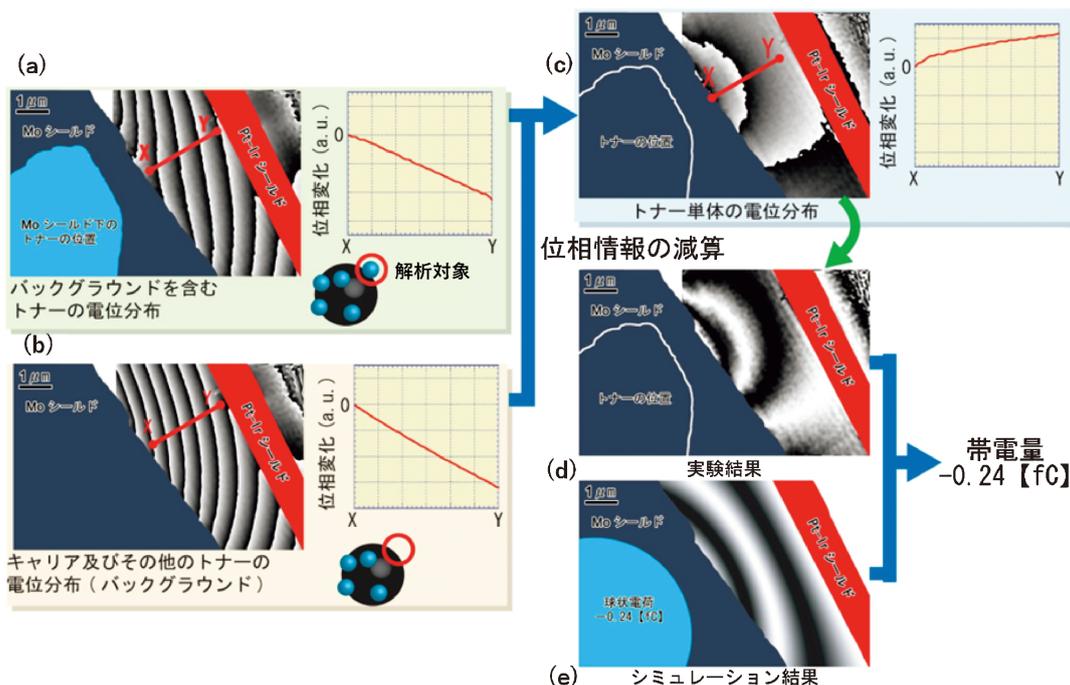


図2.6 キャリア粒子と周囲に存在するトナー粒子全体からの漏えい電場を示す位相再生像 (a) とトナー粒子 1 個を除去した後
に得られた電場の情報を示す位相再生像 (b). (c) は (a) と (b) の電場の差を求めることにより 1 個のトナー粒子による電
場分布を示す. (d) は (c) の位相変化を \cos で表示したもの. (e) は球形のトナー粒子を仮定して得たシミュレーション像.

の評価を行った際の実験条件が模式的に示してある. ここで
使用した試料ホルダでは, 二つの探針が駆動できる機構とな
っており, 試料上部に Mo シールドが, また試料の同じ高さ
に Pt-Ir シールドが挿入されている.

図2.5(b)は, 試料周辺の拡大図を示しており, 試料上部に
挿入した Mo シールドにより, 入射電子線が試料に入射しな
い条件で, 試料外部の漏えい電場を観察できる. また, 試料
の右側に挿入した Pt-Ir シールドにより, 試料からの電場が
制限され, このシールドの外側には, 漏えい電場が存在しな
い真空領域が形成され, 参照波として利用される.

図2.6(a)に観察結果が示されている. 左下の青色で描いた
トナー粒子は, Mo シールドの下に存在していることを示
す. この条件でホログラムを撮影すれば, キャリア粒子と
周囲に存在するトナー粒子全体からの電場が Mo シールドの
外の領域に観察できる. この後, Mo シールドを少し移動さ
せ, もう一方の探針でトナー粒子 1 個((a)の左下の青色で
示した粒子)を除去し, Mo シールドを元の位置にもどし,
再度ホログラムを観察し, (b)の電場の情報を得る. この電
場は, (a)と異なり, 1 個のトナー粒子の消失によって生じ
た電場である. したがって, (c)に示すこの二つの電場の違
いは, 1 個のトナー粒子による電場に対応し, 余弦関数で表
示した結果(d)を計算結果(e)と比較することにより, トナ
ー粒子 1 個の帯電量を定量的に評価することができる.

ここで, 注目したい点は, この解析では, 試料自身は直接
観察せず, その周囲の電場から試料の帯電量を評価できた点
である. この観察・解析の成功の背景には, 「場」の重要性
があり, それを指摘した本講義ノート第 1 回のアインシュ

タインとインフェルトの言葉⁽⁴⁾を思い起こしたい.

「……物理現象の記述に対して本質的なものは, 電気でも
質点でもなく, 電気並びに質点の間の空間における場である
ということが実現されるのには, 偉大な科学的想像力を要し
ました. 場の概念は最大の成功を示し, ……」

2-5 磁場の解析例

図2.7は, 集束イオンビーム法で, 高温超伝導体 Y-Ba-

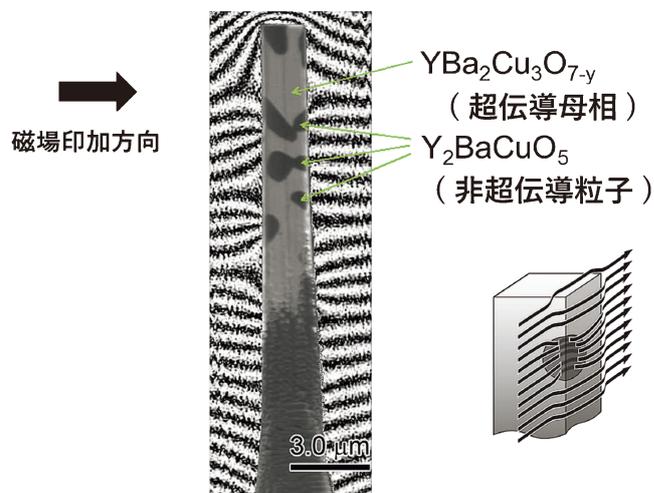


図2.7 12 K の低温で, 高温超伝導体 Y-Ba-Cu-O に外部磁場
0.2 T 印加した際の, 試料周囲での磁束の分布を観察
した例.

