特集

材料の機械的性質に及ぼす転位の役割

結晶方位の場所による変化を記述する格子湾曲テンソル：材料中の転位の状態を評価するためのひとつの試み

尾　中　　晋*

1. はじめに

金属材料の強度を理解するためには，塑性変形の進展や不均一性，そしてそれらを決める転位の運動や分布の状態を知ることが必要になる．転位組織が形成されるとその状態に応じて結晶方位が場所により変化するので，方位の場所による変化から塑性変形後の転位組織の状態を明らかにしようとする試みが行われてきている．そのような研究の端緒はNyeによるものであり，結晶方位の場所による変化を格子湾曲テンソル $\boldsymbol{\kappa}$ として評価すれば，結晶中の転位密度を定量的に議論できることを示した[1]．この格子湾曲テンソル $\boldsymbol{\kappa}$ とは，$x_1-x_2-x_3$ 直交座標を使って，結晶内での位置の変化 δx_j にともなう x_i 軸周りの方位変化の角度 $\delta\phi_i$ を $\kappa_{ij}=\delta\phi_i/\delta x_j$ とまとめたものである．

走査型電子顕微鏡（SEM）の内部で後方散乱電子回折（EBSD）パターンを取得するSEM/EBSD法では，結晶方位の場所による変化を精密に測定できる．本稿では，SEM/EBSD法によって試験片の方位測定を行う状況を想定し，結晶方位の場所による変化から $\boldsymbol{\kappa}$ を求めるための基礎について解説する．この際には，**図1**のように，試験片の外形に対応させることが多い基準座標系，図中の位置oでの結晶方位に対応する結晶座標系，そして図中の位置pでの結晶方位に対応する結晶座標系など，いくつかの座標系の設定が必要になる．よって，　結晶方位の変化に対応する回転行列についても，その回転行列がどの座標系についてのどういう意味での回転かをよく理解する必要がある．本稿ではこれらに留意して解説を進め，格子湾曲テンソル $\boldsymbol{\kappa}$ と転位密度テンソル $\boldsymbol{\alpha}$ のあいだの関係を述べる．ただし，結晶方位の変化を考えるうえでの結晶の対称性の評価は，頁数の制約から除いている．

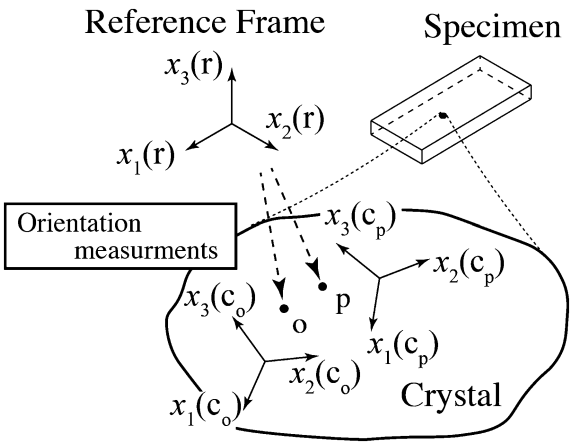

図1　結晶の位置oとpでの方位測定についての模式図.

2. 位置ベクトルの回転の行列Rと座標変換の行列M

基準座標系と結晶座標系のあいだの回転関係を記述する方法は，位置ベクトルの回転の行列 $\mathbf{R}$ を使うやり方と座標変換の行列 $\mathbf{M}$ を使うやり方の2つがある．$\mathbf{R}$ と $\mathbf{M}$ はともに直交行列であるが，それらによるやり方の違いを，**図2**に示す二次元的な状況を対象にして説明する．

図2(a)と(b)のどちらにも，基準座標系 x_r-y_r とこれに対して角度 θ だけ回転した結晶座標系 x_c-y_c が示されている．これらのうち(a)では位置ベクトルの回転に注目しており，x_r-y_r における位置ベクトル(1, 0)　と(0, 1)を θ だけ回転させると x_c-y_c の各軸に沿った単位ベクトルになると考える．この場合，位置ベクトルの回転の行列 $\mathbf{R}$ は θ を使って，

* 東京工業大学 物質理工学院 材料系；教授（〒226–8502 横浜市緑区長津田4259–J2–63）
Lattice Curvature Tensors to Describe Orientation Changes of Crystals as a Function of Position: A Method to Evaluate Dislocation Structures in Materials; Susumu Onaka (Tokyo Institute of Technology, Department of Materials Science and Engineering, Yokohama)
Keywords: *crystal orientation, dislocation structure, rotation matrix, Euler angles, log angles, lattice curvature tensor, dislocation density tensor*
2022年7月15日受理[doi:10.2320/materia.62.8]

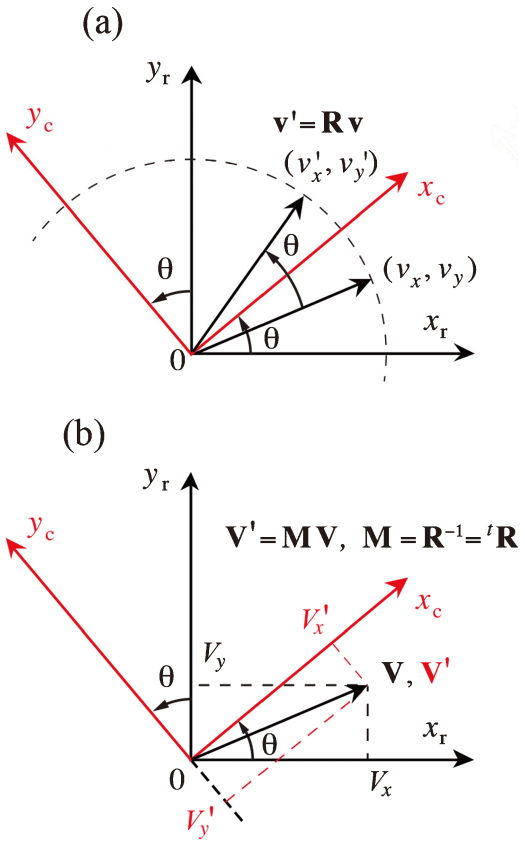

図２　基準座標系 x_r-y_r と結晶座標系 x_c-y_c のあいだの関係を記述するための(a)位置ベクトルの回転の行列 **R** を使う方法と(b)座標変換の行列 **M** を使う方法．（オンラインカラー）

$$\mathbf{R}=\begin{pmatrix}\cos\theta & -\sin\theta\\ \sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix} \tag{1}$$

となり，x_r-y_r における位置ベクトル $\mathbf{v}=(v_x, v_y)$ は，**R** により $\mathbf{v}'=(v_x', v_y')$ へ

$$\mathbf{v}'=\mathbf{R}\mathbf{v} \tag{2}$$

と移される．

これに対して図２(b)では，平面上に固定された位置ベクトルの成分がそれを記述する座標系によって変わることに注目する．平面上に固定された位置ベクトルの成分が x_r-y_r では $\mathbf{V}=(V_x, V_y)$，x_c-y_c では $\mathbf{V}'=(V_x', V_y')$ であるとき，**V** と **V**′を

$$\mathbf{V}'=\mathbf{M}\mathbf{V} \tag{3}$$

と結びつける行列が座標変換の行列 **M** である．$\mathbf{V}=(1, 0)$ ならば $\mathbf{V}'=(\cos\theta, -\sin\theta)$ といった単位ベクトル同士の対応からわかるように，

$$\mathbf{M}=\begin{pmatrix}\cos\theta & \sin\theta\\ -\sin\theta & \cos\theta\end{pmatrix} \tag{4}$$

となる．**R** と **M** は

$$\mathbf{R}=\mathbf{M}^{-1}={}^t\mathbf{M},\quad \mathbf{M}=\mathbf{R}^{-1}={}^t\mathbf{R} \tag{5}$$

と，互いに逆行列，そして転置行列の関係にある．互いに逆行列，そして転置行列の関係にあることは，三次元的状況においても成立する．

上記の **R** と **M** は同じ事象についての別表現と言える．**R** を使うやり方を active 法と呼び，**M** を使うやり方を passive 法と呼ぶ文献もある[2]．本稿では，主に位置ベクトルの回転の行列 **R** を使って議論をすすめる．これは，**R** を使うと連続回転に関する理解が後に示す回転ステージ模型によってより容易になるためである．

3.　Bunge のオイラー角で表現される連続回転

EBSD 法の解析プログラムでは，結晶方位の測定結果が Bunge のオイラー角[3]として出力される場合が多い．この Bunge のオイラー角とは，基準座標系 $x_1(\mathrm{r})-x_2(\mathrm{r})-x_3(\mathrm{r})$ から結晶座標系 $x_1(\mathrm{c})-x_2(\mathrm{c})-x_3(\mathrm{c})$ への移り変わりを，**図３**(a)のように，(i)基準座標系の $x_3(\mathrm{r})$ 軸回りでの角度 φ_1 の回転，(ii)前の操作で移動後の $x_1(\mathrm{r})$ 軸回りでの角度 Φ の回転，(iii)前の操作で移動後の $x_3(\mathrm{r})$ 軸回りでの角度 φ_2 の回転，の３つの連続回転として表現するものである[3]．

図３(a)の Bunge のオイラー角(φ_1, Φ, φ_2)で表現される $x_1(\mathrm{r})-x_2(\mathrm{r})-x_3(\mathrm{r})$ と $x_1(\mathrm{c})-x_2(\mathrm{c})-x_3(\mathrm{c})$ のあいだの関係は，図３(b)に示す三連の回転ステージ模型(ゴニオステージ模型)[4]-[6]で示される連続回転と等価である．つまり，三連の回転ステージ模型では，一番下の回転ステージが上述の(i)角度 φ_1 の回転，真ん中の回転ステージが(ii)角度 Φ の回転，そして一番上の回転ステージが(iii)角度 φ_2 の回転を受け持つので，(i)から(iii)の回転ステージを下から操作すれば，それによる回転が図３(a)に示す連続回転と同じであることがわかる．

図３(b)に示すような回転ステージ模型によって，図３(a)に示す連続回転が行列の積によってどの様に表現できるかを容易に理解できる．すなわち，Bunge のオイラー角(φ_1, Φ, φ_2)による回転は，**R** を使った表現で，図３(b)に示す３つの回転ステージ模型に対応する行列の積として

$$\mathbf{R}=\begin{pmatrix}\cos\varphi_1 & -\sin\varphi_1 & 0\\ \sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\Phi & -\sin\Phi\\ 0 & \sin\Phi & \cos\Phi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\varphi_2 & -\sin\varphi_2 & 0\\ \sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \tag{6}$$

となる．積をなす右辺の３つの行列は φ_1，Φ そして φ_2 のそれぞれについての **R** であり，それらの並び(右の φ_2 のものから左の φ_1 のものについての並び)は，回転ステージの並びでの上から下に対応している．これは図３(b)の回転ステージを上から操作すれば，どの操作も基準座標系に対しての **R** とみなせるためである．図３(a)との対応では下からの操作を考えたが，個々の回転ステージ模型の回転角が φ_1, Φ, φ_2 である限り，それら全体による回転は回転ステージ模型の操作の順番に依存しない．

オイラー角に対応する行列を **R** によって式(６)のように書くことは，数学の教科書ではよく見られるものである[7]．しかし，Bunge が自らの著作でオイラー角(φ_1, Φ, φ_2)に対

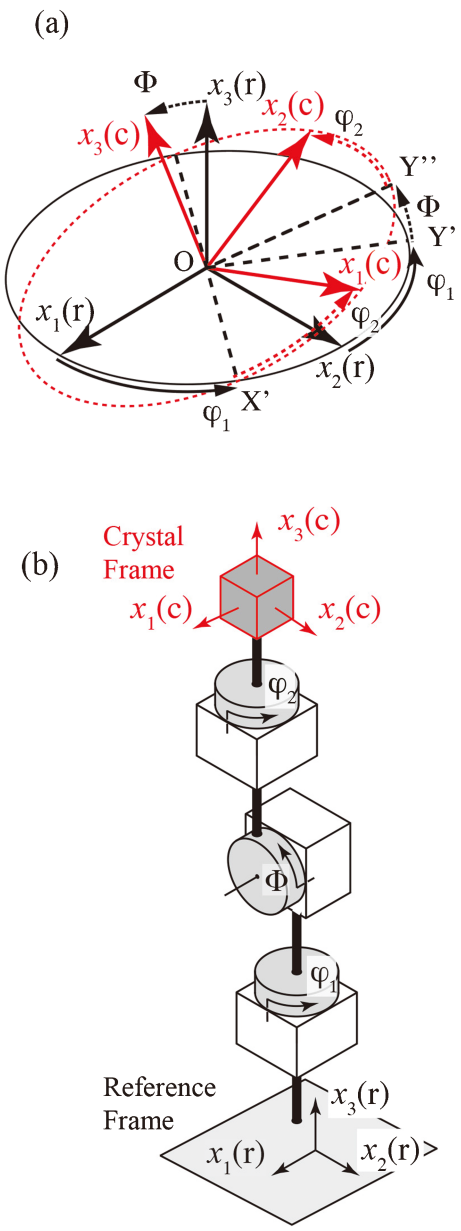

図 3　オイラー角(φ_1, Φ, φ_2)で表現される基準座標系 x_i(r)と結晶座標系 x_i(c)のあいだの関係．(a) x_1(r)軸は OX′軸を経て x_1(c)軸に，x_2(r)軸は OY′軸と OY″軸を経て x_2(c)軸に，x_3(r)軸は x_3(c)軸に，それぞれ移されている．(b)は(a)と等価な連続回転ステージ模型．ただし，この図の各回転ステージはこれから所定の角度に回転させるときの状態．(オンラインカラー)

応させている行列は，式(6)の **R** の転置行列になっている[3]．これは Bunge が，前節で述べた座標変換の行列 **M** を使っていることによる．この場合の **M** は，行列の積の形式で示せば

$$\mathbf{M}=\begin{pmatrix}\cos\varphi_2 & \sin\varphi_2 & 0\\ -\sin\varphi_2 & \cos\varphi_2 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & \cos\Phi & \sin\Phi\\ 0 & -\sin\Phi & \cos\Phi\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\cos\varphi_1 & \sin\varphi_1 & 0\\ -\sin\varphi_1 & \cos\varphi_1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \quad (7)$$

となり[3]，式(6)右辺の各行列の転置行列が順番を逆にして並ぶ．回転関係についての行列が単に数値で示されている場合，それが **R** か **M** かの判別は困難なことが多い．

4.　位置の変化による結晶方位の変化についての行列 R による表現

格子湾曲テンソル $\boldsymbol{\kappa}$ を **R** を使って表現するためのもう一つの準備として，図 1 に示した状況をより具体的に考える．**図 4** はそのための模式図で，結晶中の位置 o と p における結晶方位が，基準座標系に対してそれぞれ，$\mathbf{R}_o$，$\mathbf{R}_p$ と与えられている．位置の変化による結晶方位の変化はこの図の $\Delta\mathbf{R}$ であるが，$\Delta\mathbf{R}$ には(1)位置 o での結晶座標系を使っての表現 $\Delta\mathbf{R}_c$ と(2)基準座標系を使っての表現 $\Delta\mathbf{R}_r$ の二通りがあり，それらは $\mathbf{R}_o$ と $\mathbf{R}_p$ を使って，

$$\Delta\mathbf{R}_c=\mathbf{R}_o^{-1}\mathbf{R}_p, \quad (8)$$

$$\Delta\mathbf{R}_r=\mathbf{R}_p\mathbf{R}_o^{-1} \quad (9)$$

となる．行列の積は一般に可換ではなく，$\Delta\mathbf{R}_c$ と $\Delta\mathbf{R}_r$ も一般に異なる．

$\Delta\mathbf{R}_c$ と $\Delta\mathbf{R}_r$ が式(8)と(9)のようになる理由は，**図 5** に示す回転ステージ模型で理解できる．この図の(a)と(b)は，ともに下端に基準座標系，上端に位置 p における結晶座標系がある $\mathbf{R}_p$ についての二連回転ステージ模型であるが，(a)では $\mathbf{R}_o$ が下に，(b)では $\mathbf{R}_o$ が上に位置している．いま考えているのは，$\mathbf{R}_o$ ついで $\Delta\mathbf{R}$ の連続操作が $\mathbf{R}_p$ の操作となる状況である．(a)ではこの操作は上向きの矢印であるが，この場合，$\mathbf{R}_o$ の上の $\Delta\mathbf{R}_c$ は $\mathbf{R}_o$ で移動後の座標系，すなわち，位置 o での結晶座標系を使っての $\Delta\mathbf{R}$ の表現となる．前節で述べたように，上部のステージ模型の操作に対応する行列が積の並びの右になるため，(a)の場合の $\mathbf{R}_p$ は，

$$\mathbf{R}_p=\mathbf{R}_o\Delta\mathbf{R}_c \quad (10)$$

となり，これより $\Delta\mathbf{R}_c$ は式(8)のようになる．

一方，(b)における操作の順番は図中の下向きの矢印であり，この場合，上の $\mathbf{R}_o$ の操作後でも，下の $\Delta\mathbf{R}_r$ の操作は基準座標系についての操作となる．よって，この場合の回転ステージ模型の並びより，

$$\mathbf{R}_p=\Delta\mathbf{R}_r\mathbf{R}_o \quad (11)$$

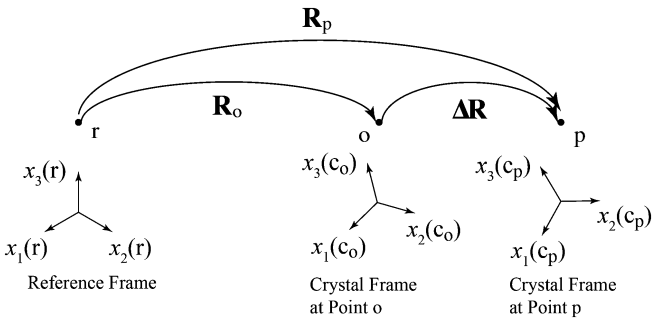

図 4　$\mathbf{R}_o$ と $\mathbf{R}_p$ が基準座標系に対しての位置 o と p の結晶方位を与える場合に，位置の変化に伴う結晶方位の変化 $\Delta\mathbf{R}$ を考えるための模式図．

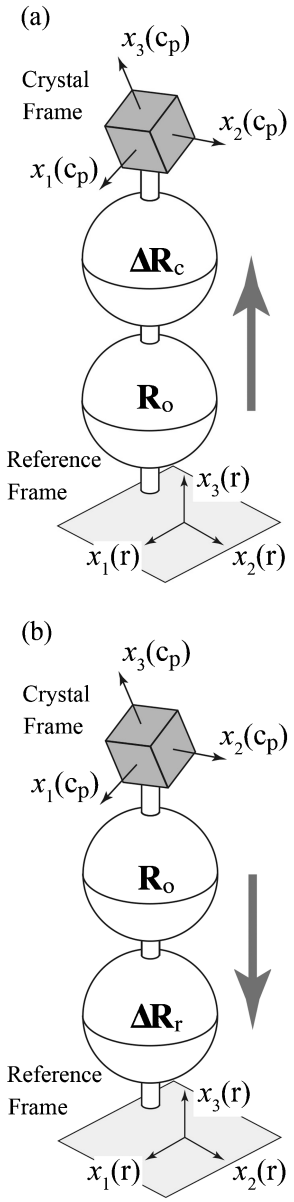

図5　図4の$\Delta\mathbf{R}$についての二通りの表現に対応する回転ステージ模型：(a)位置oでの結晶座標系を使っての表現$\Delta\mathbf{R}_c$と(b)基準座標系を使っての表現$\Delta\mathbf{R}_r$.

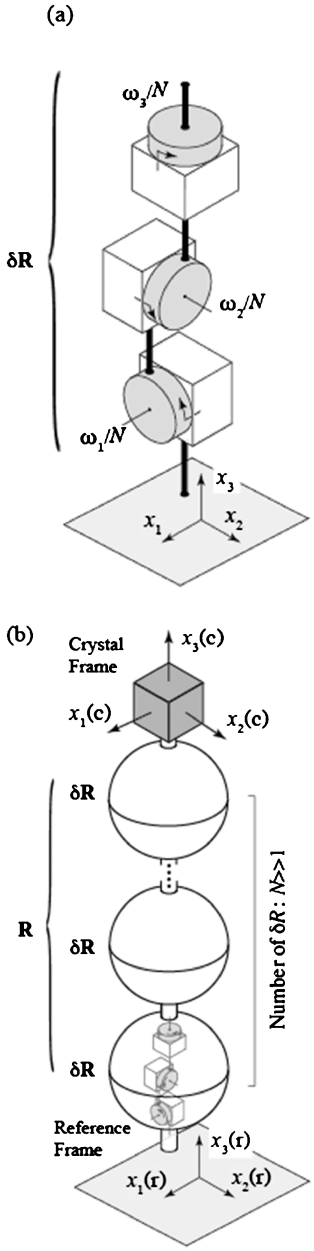

図6　対数角ω_iに着目した行列$\mathbf{R}$についての連続回転ステージ模型．Nを十分大きな正の整数として，(a)は$\delta\mathbf{R}$がx_i軸周りに角度(ω_i/N)の連続微小回転であることを示す模型．(b)は$\delta\mathbf{R}$のN回の連続回転が$\mathbf{R}$と等価になることを示す模型．

となり，$\Delta\mathbf{R}_r$は式(9)のようになる．

5.　対数角，行列Rの対数の3つの成分

行列Rと格子湾曲テンソル$\boldsymbol{\kappa}$のあいだの関係を考えるためには，図3(b)とは異なる連続回転ステージ模型が有用になり，それは$\mathbf{R}$の対数$\ln\mathbf{R}$を考えて得られる．$\mathbf{R}$とその対数$\ln\mathbf{R}$のあいだの関係は，$\mathbf{E}$を単位行列として，

$$\mathbf{R}=\lim_{p\to\infty}\left(\mathbf{E}+\frac{\ln\mathbf{R}}{p}\right)^p \tag{12}$$

と表現できる[8][9]．直交行列である$\mathbf{R}$の$\ln\mathbf{R}$は絶対値がπ以下の実数を要素とする反対称テンソルになり[4-6][8]，対数角ω_iは以下の式右辺の3つの要素である[4-6]．

$$\ln\mathbf{R}=\begin{pmatrix}0 & -\omega_3 & \omega_2\\ \omega_3 & 0 & -\omega_1\\ -\omega_2 & \omega_1 & 0\end{pmatrix} \tag{13}$$

$\ln\mathbf{R}$の要素，対数角ω_iは，Mathematicaのようなソフトウェアを使って$\mathbf{R}$より容易に求められる．

Nを十分大きな正の整数とすれば，式(12)より

$$\mathbf{R}\approx\left(\mathbf{E}+\frac{\ln\mathbf{R}}{N}\right)^N \tag{14}$$

を得るが，この関係は，$\delta\mathbf{R}$を

$$\delta\mathbf{R}=\mathbf{E}+\left(\frac{\ln\mathbf{R}}{N}\right)=\begin{pmatrix}1 & -(\omega_3/N) & (\omega_2/N)\\ (\omega_3/N) & 1 & -(\omega_1/N)\\ -(\omega_2/N) & (\omega_1/N) & 1\end{pmatrix} \tag{15}$$

として

$$\mathbf{R}\approx(\delta\mathbf{R})^N \tag{16}$$

と書ける．Nは十分大きな正の整数なので，$\delta\mathbf{R}$の要素の(ω_i/N)は$|\omega_i/N|\ll1$となる．この$\delta\mathbf{R}$は二次以上の項を無視する場合のx_i軸周りに角度(ω_i/N)の微小回転の積(iは1から3)と解釈できる[4)-6)]．微小回転なので，(ω_i/N)の回転の順番によらず，その結果は式(15)の第三辺となる．また，式(16)は，$\delta\mathbf{R}$のN乗，すなわち$\delta\mathbf{R}$のN回連続が$\mathbf{R}$と等価であることを意味する[4)-6)]．**図6**はこれらの状況を示す連続回転ステージ模型であり，(a)の$\delta\mathbf{R}$に対応する三連回転ステージ模型が，(b)のようにN個だけ直列に並んでいる状況で任意の$\mathbf{R}$が表現可能となる．

上記のように考えると，前節の$\Delta\mathbf{R}$の対数から図4に示すoとpのあいだでの平均的な格子湾曲テンソル$\boldsymbol{\kappa}$が求まることがわかる[10)]．格子湾曲を結晶座標系を使って議論する場合は式(8)の$\Delta\mathbf{R}_c$，基準座標系を使って議論する場合は式(9)の$\Delta\mathbf{R}_r$を扱うことになる．位置oの座標をx_i，pの座標を$x_i+\Delta x_i$とすると，これらの位置の違いΔx_iによる結晶方位変化が$\Delta\mathbf{R}$なので，$\Delta\mathbf{R}$の対数角を$\Delta\omega_i$とすると，N分割した位置の違い$(\Delta x_i)/N$によるx_i軸回りの回転角は$(\Delta\omega_i)/N$と評価できる．よって，位置oとpのあいだの平均的な格子湾曲テンソル$\kappa_{ij}=\delta\phi_i/\delta x_j$は，$\Delta\mathbf{R}$の対数角を使って

$$\kappa_{ij}=\Delta\omega_i/\Delta x_j \tag{17}$$

と表現できる[10)]．対数角$\Delta\omega_i$それ自体も結晶方位の変化を特徴づけるための役に立つ指標になっている[4)6)11)]．

6. 格子湾曲テンソルとNyeの転位密度テンソルのあいだの関係

単位体積中の転位の総長ρは次元が[1/m^2]なるスカラー量であるが，通常はこのρを転位密度として取り扱う．これに対して二階のテンソルであるNyeの転位密度テンソル$\boldsymbol{\alpha}$の成分α_{ij}は，ρに加えて転位線のバーガースベクトル$\mathbf{b}=(b_1, b_2, b_3)$と転位線の方向を示す単位ベクトル$\mathbf{t}=(t_1, t_2, t_3)$も考慮して

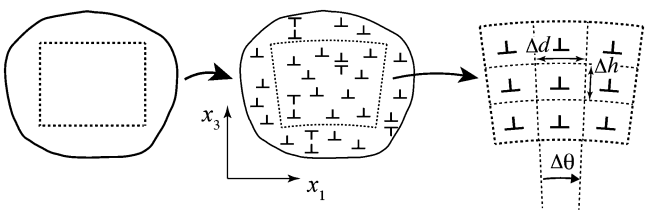

図7　格子湾曲テンソル$\boldsymbol{\kappa}$と転位密度テンソル$\boldsymbol{\alpha}$について$\kappa_{21}=\alpha_{12}$，$\alpha_{12}=\rho b_1 t_2$を説明するための図．

$$\alpha_{ij}=\rho b_i t_j \tag{18}$$

と定義され[1)]，次元も[1/m]でρとは異なる．この式右辺のρは，$\mathbf{t}$を法線とする面を貫く単位面積あたりの転位の本数とも解釈できる．この$\boldsymbol{\alpha}$と格子湾曲テンソル$\boldsymbol{\kappa}$のあいだの関係は，Nyeの論文[1)]の表現で

$$\alpha_{ij}=\kappa_{ji}-\delta_{ij}\kappa_{mm} \tag{19}$$

(δ_{ij}はクロネッカーの記号，κ_{mm}は$\kappa_{mm}=\kappa_{11}+\kappa_{22}+\kappa_{33}$)

となる．

式(18)と(19)より，$i\neq j$の場合，例えばα_{12}は

$$\alpha_{12}=\rho b_1 t_2=\kappa_{21} \tag{20}$$

となるので，b_1とt_2が直交する$\boldsymbol{\alpha}$の刃状成分α_{12}が$\boldsymbol{\kappa}$の成分κ_{21}と直接に関係することがわかる．一方，$i=j$の場合は，式(19)より，例えばα_{11}は

$$\alpha_{11}=\rho b_1 t_1=-(\kappa_{22}+\kappa_{33}) \tag{21}$$

となるので，x_1軸と平行ならせん成分α_{11}はこの軸と直交する軸回りの方位変化，κ_{22}とκ_{33}と関係する．$\boldsymbol{\kappa}$の9つの成分，すべてを知ることができれば$\boldsymbol{\alpha}$の9つすべての成分を知ることができるが，後述のように，これには課題も残されている．

本稿では簡略化された状況について$\boldsymbol{\kappa}$と$\boldsymbol{\alpha}$の関係を扱う．**図7**は，左図に示す結晶に塑性変形を施したところ，中図に示すような刃状転位が発生し，これらの転位の作用によって点線で示される格子の湾曲が生じたことを示している．転位の状態と格子の湾曲の関係を整理するため，右図では湾曲に関係しない正負でペアになる転位を除き，残った転位(幾何学的に必要な転位)を整列させている．右図においては，湾曲した格子のなかに整然と並べ直された同符号の刃状転位は転位壁を構成し，転位壁内の転位の間隔はΔh，転位壁間の間隔はΔdになっている．これは格子湾曲に関係する転位の密度，ρで表現されるものが，

$$\rho=1/(\Delta h\Delta d) \tag{22}$$

であることを意味する．

式(19)の$\boldsymbol{\kappa}$と$\boldsymbol{\alpha}$関係は，転位がもたらす完全結晶との塑性的な状態の違いが格子湾曲を決め[1)]，転位による弾性的な変形の影響は無視できる[12)]という前提のもとで成立する．この場合，図7中図，点線内の格子湾曲は右図の転位壁を隔てての結晶の方位差に由来し，紙面に垂直なx_2軸周りの回転となり，バーガースベクトル$\mathbf{b}$の大きさと転位壁内での間隔Δhに依存する[13)]．転位壁ひとつあたりの回転角はx_2軸周りでそれを$\Delta\theta_2$とすると，この場合の$\mathbf{b}$は$\mathbf{b}=(b, 0, 0)$なので，$b_1=b$とΔhより，

$$\Delta\theta_2\approx b_1/\Delta h \tag{23}$$

となる[13)]．この方位差は転位壁ごとに，つまり図中のx_1軸に沿ってΔdだけ位置が変化するたびに繰り返されるので，方位の場所による変化$\kappa_{ij}=\delta\phi_i/\delta x_j$のうちのゼロでない成分は，式(22)と(23)を使って

$$\kappa_{21}=\delta\phi_2/\delta x_1=\Delta\theta_2/\Delta d\approx b_1/(\Delta h\Delta d)=b_1\rho \tag{24}$$

となる．いま考えている刃状転位の転位線方向$\mathbf{t}$は$\mathbf{t}=(0, 1, 0)$なので，$t_2=1$も含めてこの式を書き直すと

$$\kappa_{21}=\alpha_{12},\ \alpha_{12}=\rho b_1 t_2 \tag{25}$$

として式(19)の成分の一つが再現できる．

κ_{21}のような格子湾曲テンソルの非対角成分の測定値がSEM/EBSD法によって得られても，それが図7に示すような$\mathbf{b}=(b, 0, 0)$で$\mathbf{t}=(0, 1, 0)$の刃状転位によるものとは限らない．しかし，$\beta_{12}=\alpha_{12}/b=\kappa_{21}/b$として，$\kappa_{21}$に対応する転位密度$\rho$の値を$\beta_{12}$として粗く見積もることはできる．このような見積もりでの転位密度の値は結晶粒内での転位組織の不均一性の評価に役立つ．

7. 格子湾曲テンソルによる評価の課題

格子湾曲テンソルによる転位密度テンソルの評価には課題が残されている．SEM/EBSD法で方位測定を行う試験片の表面が基準座標系のもとで$x_1(\mathrm{r})-x_2(\mathrm{r})$平面であるとき，この平面内での測定のみではこの座標系のもとでの$\boldsymbol{\kappa}$の成分，κ_{13}，κ_{23}，κ_{33}は求めることができない．そこで，方位測定と集束イオンビームによる試験片表面の除去を繰り返してこれらの成分の評価を行う試みが行われている[14)15)]．

また，$\boldsymbol{\kappa}$より決定される$\boldsymbol{\alpha}$の成分$\alpha_{ij}=\rho b_i t_j$は$\mathbf{b}$と$\mathbf{t}$の成分を直交座標系で表現するもので，転位線の刃状成分は6つ，らせん成分は3つに区別される．しかし，例えばFCC金属の場合，$\mathbf{b}//\langle 110\rangle$は結晶学的に等価な6つの異なる方向がある．これらの異なる$\mathbf{b}$それぞれについて1つのらせん転位と異なるすべり面に属する2つの刃状転位が定義できるので，区別できる刃状転位とらせん転位の総数は全部で18となる．この数18は$\boldsymbol{\alpha}$の成分の数より多いため，例え$\boldsymbol{\alpha}$の成分がすべて求められても，それらからは総数18の転位の状態を再現はできない．そこで，$\boldsymbol{\alpha}$の値を説明し得る転位の状態のなかから，何らかのエネルギー基準を適用して最も確からしい転位の状態を推測する試みも行われている[12)15)]．

8. おわりに

塑性変形により転位組織が形成されると結晶方位は場所により変化する．このような結晶方位の変化は格子湾曲テンソル$\boldsymbol{\kappa}$として記述される．本稿では，SEM/EBSD法によって試験片の方位測定を行う状況を想定し，得られる結果から$\boldsymbol{\kappa}$を求めるための基礎について解説した．結晶方位とその変化は位置ベクトルの回転の行列$\mathbf{R}$で表現可能であるが，$\mathbf{R}$の対数$\ln\mathbf{R}$の三つの独立な実数成分である対数角ω_iが，$\boldsymbol{\kappa}$を理解するための特性角であることを回転ステージ模型によって示した．$\boldsymbol{\kappa}$の評価による転位密度テンソル$\boldsymbol{\alpha}$の決定とその際の課題についても記した．

文　献

(1) J. F. Nye: Acta Metall., **1**(1953), 153–162.
(2) Y. Millot and P. P. Man: Concepts Magn. Reson. A, **40**(2012), 212–252.
(3) H.–J. Bunge: Texture Analysis in Marerials Science: Mathematical Methods, Digital Edition, Translated by P. R. Morris, Wolfratshausen, (2015), 3–31.
(4) K. Hayashi, M. Osada, Y. Kurosu, Y. Miyajima and S. Onaka: J. Japan I. Metal., **79**(2015), 9–15.
(5) S. Onaka and K. Hayashi: J. Math. Chem., **54** (2016), 1686–1695.
(6) S. Onaka and K. Hayashi: Scanning **2017** (2017), Article ID 4893956.
(7) M. Saito: Senkeidaisu nyumon(Introduction to linear algebra), University of Tokyo Press, Tokyo, (1984), 203–223.
(8) B. C. Hall: Lie groups, Lie algebras, and representations: an elementary introduction, Springer: New York, (2003), 27–62.
(9) S. Onaka: J. Mat. Sci., **55**(2020), 2186–2192.
(10) R. Matsutani and S. Onaka: J. Japan I. Metal., **82**(2018), 415–418.
(11) K. Hayashi and S. Onaka: Mater. Trans., **59**(2018), 386–392.
(12) T. J. Ruggles, D. T. Fullwood and J. W. Kysar: Int. J. Plasticity, **76**(2016), 231–243.
(13) M. Kato: Nyumon ten'iron, Introduction to theory of dislocations, Shokabo Press, Tokyo, (1999), 166.
(14) E. Demir, D. Raabe, N. Zaafarani and S. Zaefferer: Acta Mater., **57**(2009), 559–569.
(15) P. J. Konijnenberg, S. Zaefferer and D. Raabe: Acta Mater., **99** (2015), 402–414.

尾中　晋

★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★
1987年　東京工業大学 大学院総合理工学研究科 博士課程 中途退学
1987年–1997年　京都大学工学部　助手，講師
1997年–2004年　東京工業大学 助教授
2004年–　現職
専門分野：材料組織と力学的性質の関係性
◎超球近似による析出物形態の考察，巨大ひずみ加工における変形量のHencky ひずみによる評価，粒界三重線まわりでの結晶粒間の方位関係解析などを行ってきている．
★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★