

鉄鋼の相変態 IV

—オーステナイト化の速度論—

榎 本 正 人*

4.1 フェライト/マルテンサイトからのオーステナイト化

鉄鋼材料を加熱したときの組織変化も早くから大きな関心が払われている⁽¹⁾⁻⁽⁴⁾。オーステナイト(γ)粒の微細化や2相(Dual Phase)鋼の開発で多くの研究が行われてきたが⁽⁵⁾⁽⁶⁾、最近では、ホットスタンピングなど新しい工程の開発でも γ 化の速度論に対する関心が高まっている。 γ 化の起こる前組織(母相)にはフェライト、マルテンサイト、パーライトなど正変態で生じたあらゆる組織が考えられるが、フェライトとマルテンサイトではセメントイト分散の有無によって様相が異なる。ここでは、最初にセメントイト分散の無い組織、次にセメントイト分散のある組織からの γ 化の速度論を考察する。

4.1.1 Fe-C 2元合金における等温 γ 化

DP鋼の工程に含まれる2相域焼鈍(intercritical annealing)のような等温保持における γ 化は、フェライト(α)を母相とし、炭素を高濃度に含む γ の析出である。 $\gamma \rightarrow \alpha$ 変態に比べ変態温度が高い傾向があり、界面易動度の影響は無視できると考えると、 α/γ 界面で局所平衡が成立する。これは等温保持では γ 中の炭素濃度が一定であることを意味し、 γ の方が炭素の拡散易動度は小さいにも拘わらず、 γ の成長に対して、 α 母相における炭素の拡散で律速される初歩的な成長理論が適用できる(1.1参照)。

γ 化の様相は初期組織に大きく依存する。ポリゴナルフェライト組織と焼き入れ直後のマルテンサイトからの γ 化がどのように違うかといえば、 γ の核生成サイトと原子の拡散易動度であろう。ポリゴナルフェライトにおける γ の核生成サ

イトは、フェライト粒界、特にエッジやコーナーであり、初析フェライトと同様、 γ の形状としてコーナーでは球形、エッジでは偏長楕円体か球、粒界では扁平楕円体や板状として近似できる。ラスマルテンサイトでは旧 γ 粒界、パケット粒界、およびラス境界などが γ の核生成サイトになるが、ラス境界では γ の成長(thickening)は1次元成長で近似できると考えられる。また、マルテンサイトラスの転位は原子の拡散を促進する働きがあるが、 γ 化が始まる前にこれらの大部分が消滅する可能性も考えられる。

4.1.2 Fe-C-X 3元合金における γ の成長

Fe-C-X合金においてはパラ平衡と局所平衡による成長が考えられる。パラ平衡下の成長については、パラ平衡相境界を使って、式(1.6)で成長速度を計算できる。 γ 化に対するスーパーサチュレーションは、バルク濃度と $\alpha/(\alpha+\gamma)$ 境界の位置関係で決まる。

局所平衡下の γ 化における界面共役線は以下のように考える。図4.1はFe-C-Mn合金状態図の等温断面図を示す。炭素量の低い組成Aの合金を考え、Aを通る α 母相中の炭素の等活量線を引く。この等活量線と $\alpha/(\alpha+\gamma)$ 相境界との交点(s)を一端とする平衡共役線が界面共役線である。次に、炭素濃度の大きい合金Bを考える。Bを通る炭素のcomponent ray($x_{Mn}/x_{Fe} = \text{const}$)を引き、 $\gamma/(\alpha+\gamma)$ 相境界との交点をtとすると、tを一端とする共役線が界面共役線となる。Aを通る炭素の等活量線と、Bを通る炭素のcomponent rayの交点をuとする。与えられた組成に対して、等活量線を先に引くか、component rayを先に引くかの2通りが考えられるが、正しくない作図を行うと矛盾が生ずるので問題はない(1回目の図1.8参照)。

以上の作図により、合金Aで生じる γ 中のMn濃度(点t)

* 茨城大学名誉教授；理工学研究科(〒316-8511 日立市中成沢町4-12-1)
Phase Transformations in Steel—Growth of Austenite from Ferrite, Pearlite and Martensite—; Masato Enomoto (Emeritus Professor, Graduate School of Science and Technology, Ibaraki University, Hitachi)
Keywords: steel, diffusion, phase interface, growth, local equilibrium, austenitization, pearlite, cementite
2014年1月24日受理[doi:10.2320/materia.54.168]

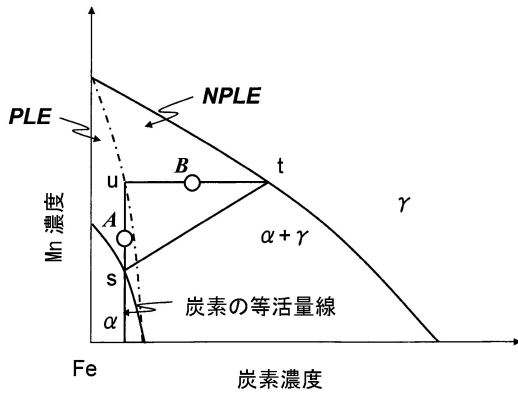


図4-1 α 母相からの局所平衡下の γ 成長の界面共役線。

はAのバルク濃度と異なるため分配局所平衡(PLE)モードであり、合金BではMnのバルク濃度とtにおける濃度が同じであるため、不分配局所平衡(NPLE)モードであることがわかる。stは2つの合金に共通の界面共役線である。stを2相域内で掃引したときのuの軌跡がPLE/NPLE境界になる。 $\gamma \rightarrow \alpha$ 変態とは異なり、PLE領域は縦長の狭い領域である。合金Aにおいては、低温ではPLEモードで γ が成長するが、高温ではNPLE領域に入り、 α 母相と同じMn濃度の γ が生成する。合金Bのように、Mnを α 中の最大固溶度(~3.5%)以上に含む合金においては、いずれの温度においても分配は起こらず、NPLEモードで γ 化が起こる。

次に、 γ の成長がNPLEからスタートしたとき、炭素の拡散場のソフトインピンジメントによって、界面共役線がどのように変化するかを考察する⁽⁵⁾⁽⁷⁾⁻⁽⁹⁾。図4-2(a)に示すように、組成oの合金で γ の成長が開始したとする。時間の経過とともに未変態 α 母相では炭素濃度が低下し、やがて平均炭素濃度がPLE/NPLE境界に達する。これ以後はMnの拡散が起こらなければ、 γ は成長することができない。Mnの拡散によって γ 中にMnが濃縮するので、界面共役線はスタート時の a_1b_1 から上方に向かってシフトする。時間とともに界面の γ 側ではMn濃度が上昇するが、ある時刻を過ぎると(このときの共役線を $a_m b_m$ とする)、下降に転じ、最終的にはバルク組成を通る平衡共役線 $a_\infty b_\infty$ に落ち着く(図4-2(b))。ターニングポイントとなる共役線 $a_m b_m$ がどこに位置するかは、合金元素の拡散係数や合金組成によって決まるものである。 $a_m b_m$ が $a_\infty b_\infty$ より上方に位置する場合、共役線は逆戻りすることになる。

図4-3に上記のような共役線の動きにつれて、変態分率と α/γ 界面付近のMn濃度プロファイルがどのように変化するかを模式的に示す。図(c)のように共役線が $a_m b_m$ 付近にあるとき界面の近くではMnの濃度が高く、内部ではバルク濃度に近い低い値になっている。これは、Mnの拡散が遅いため、界面の後方ではNPLEモードで成長した部分のMn濃度がそのまま残っているためである。共役線が $a_m b_m$ から $a_\infty b_\infty$ にシフトする間に、図(d)のように、Mnの不均一な濃度分布は解消されるが、 γ の体積が平衡量を越えていれば、

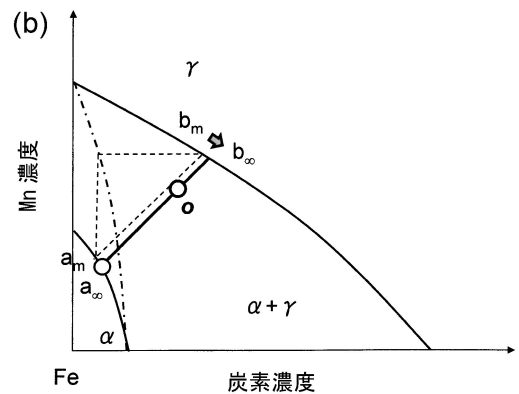
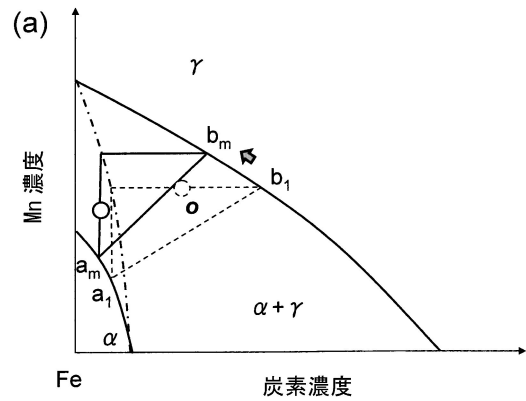


図4-2 有限サイズの母相で等温保持を続けたときの γ 成長の界面共役線の移動。(a) PLEモード、(b) 最終平衡。

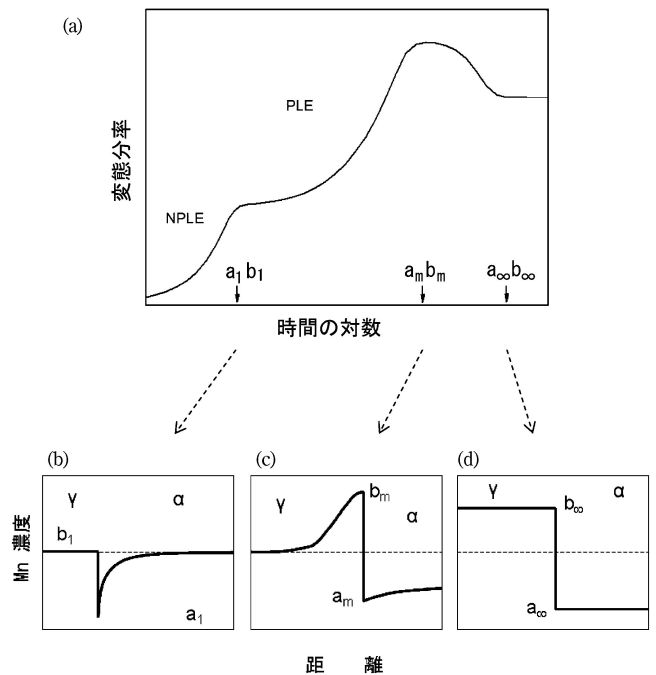


図4-3 γ の等温成長における変態分率と、界面付近のMnの拡散プロファイルの時間変化。

最終平衡状態へ向かう過程で界面が後退すると考えられる⁽⁷⁾。最終平衡状態へ向かう途中で界面が後退するのは自由エネルギーの観点から矛盾しているように見えるが、界面の背後に存在している Mn 濃度の低い γ は自由エネルギーが高く不安定なため、そのような領域を解消するために界面が後退すると考えることができる。

4.2 フェライト/セメンタイト混合組織からのオーステナイトの成長

4.2.1 オーステナイト中のセメンタイトの溶解

はじめに、図4.4(a)に示すような2元合金における溶解を考える。温度 T_1 において α 母相中に θ 相が平衡に析出した状態を初期組織とし、温度を T_2 にあげると、図4.4(b)に示すような溶質原子の濃度プロファイルで溶解が起こる。このとき、

$$S = S_0 - \alpha' t^{1/2} \quad (4.1)$$

で定義される速度定数 α' は、

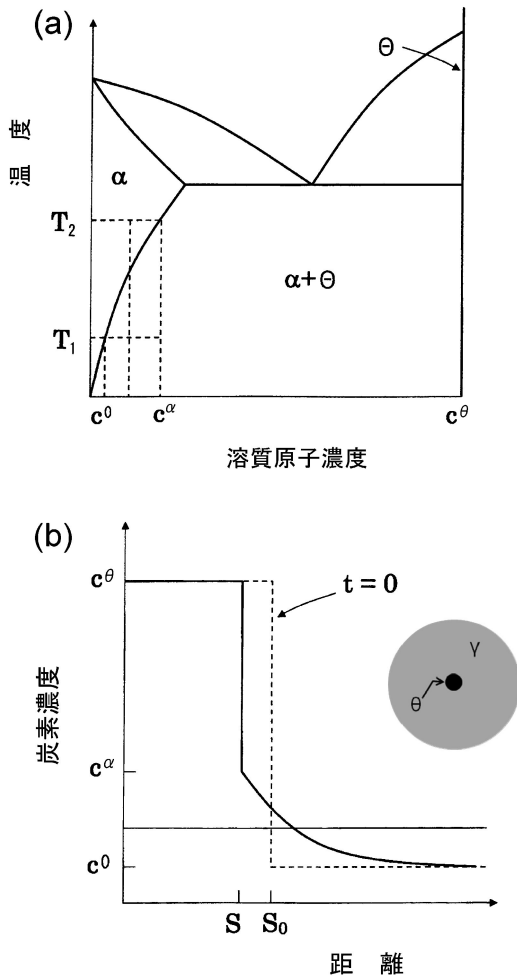


図4.4 2元合金の α 母相におけるセメンタイト θ の溶解。(a) 合金状態図と、(b) 拡散プロファイル。

$$\frac{c^\alpha - c^0}{c^\theta - c^\alpha} = \sqrt{\pi} \lambda' \exp(\lambda'^2) \operatorname{erfc}(-\lambda') \quad (4.2)$$

$$\lambda' = \frac{\alpha'}{2\sqrt{D}}$$

で求められる。ここに、 S と S_0 はそれぞれ時刻 t と $t=0$ における粒子径、 c^θ, c^0 および c^α は、それぞれ析出相の溶質原子濃度、 T_1 における $\alpha/(\alpha+\theta)$ 相境界濃度、および T_2 における相境界濃度である。この式は成長の速度定数に対する式(1.6)と形は同じであるが、スーパーサチュレーション(左辺)の中身と補正誤差関数(erfc)の引数の符号が異なっている。ただし、(4.2)は1次元粒子(平面界面)の溶解に対しての式であって、球形粒子に対しては、解析的な解が存在しないので、準定常状態(quasi-steady state)の近似⁽¹⁰⁾やシミュレーションによって粒子径の時間変化を計算する。

次に、状態図の等温断面図を使って、Fe-C-X 3元オーステナイトにおけるセメンタイトの溶解に及ぼす合金元素 X の効果を考察する。図4.5(a)に示すように、最初、温度 T_1 でバルク組成 A の合金中にセメンタイト(炭素濃度 c^θ)が析出しているとする。 c^0 は γ 母相中の炭素濃度である。この合金の温度を T_2 まで上昇させたとき、合金元素の拡散を必要とせず溶解が起こるとすると、 T_2 における θ/γ 界面の γ 側の炭素濃度は $c^{\gamma/\theta}$ に等しい。この図で θ/γ 界面における炭素の活量 $a_c^{\gamma/\theta}$ は界面から遠く離れた母相中の活量 a_c^0 より大

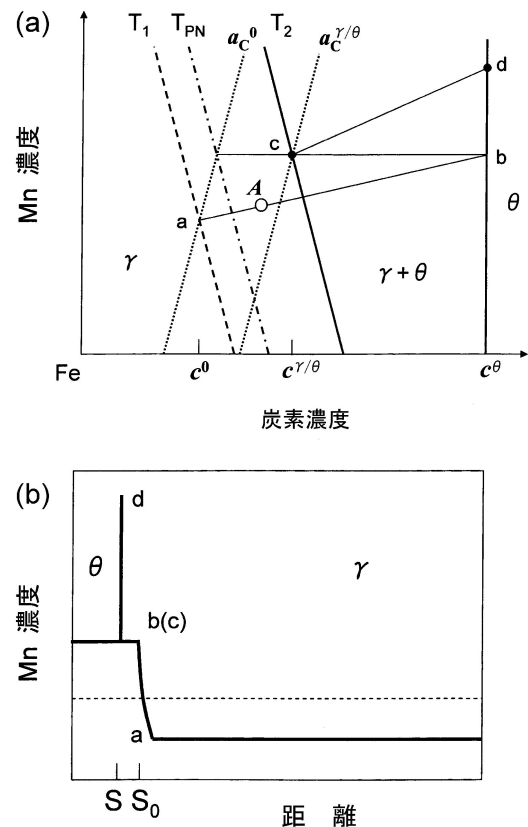


図4.5 Fe-C-Mn 3元合金の γ 母相における θ の溶解。(a) 炭素の拡散で律速される不分配モードの共役線と、(b) 合金元素の拡散プロファイル。

きいので、炭素の拡散のみで溶解が進行する。図4・5(b)に界面付近のMn濃度プロファイルを示す。これを仮に不分配溶解(partitionless dissolution)モードと呼ぶことにする。このような溶解が可能であるのは、 $a_C^0 = a_C^{\gamma/\theta}$ となる温度(T_{PN})以上である。

図4・6(a)は溶解の温度 T_2 が T_{PN} 以下の場合を示す。合金元素の拡散を伴わずに溶解が起こるとすれば、この温度で $a_C^0 > a_C^{\gamma/\theta}$ となり、 θ/γ 界面から γ 母相へ向かって炭素が拡散するような濃度プロファイルは生じない。 $a_C^0 = a_C^{\gamma/\theta}$ となるためには、 $\gamma/(\theta+\gamma)$ 境界に沿って、点iから点gまで合金元素の濃度が下がらなければならない。このときのMnの濃度プロファイルを図4・6(b)に示す。このように、 T_2 が T_1 に近いと、界面共役線は下方へシフトし、溶解が進行するには合金元素の拡散を必要とする。これを分配溶解(partition dissolution)モードと呼ぶことにする。また、2つのモードの境界温度である T_{PN} を分配不分配遷移温度(partition to no-partition transition temperature)と呼ぶことができる。

4・2・2 パーライトからのオーステナイト化

γ は通常フェライトとパーライトノジュールの界面やパーライトコロニー境界に核生成し、ノジュール内部に向かって成長する⁽⁶⁾。ノジュール内部のセメンタイト/フェライト界面に γ が核生成するという報告もある。ここでは、図4・7(a)

に示すように、 θ/α 界面に γ の薄い層が核生成し、セメンタイトの溶解を伴って γ が α 内部へと成長する場合の合金元素の効果を考察する。すべての θ/α 界面に γ が核生成するとは限らない。その場合には、 γ が生成しない θ 層からも α 中の拡散により炭素が γ に供給される⁽⁴⁾。

図4・8(a)において、初期組織としてのパーライト中のフェライトとセメンタイトの組成をそれぞれA, Bとする(これらは必ずしも α と θ の平衡組成とは限らない。パラパーライトであれば、双方の合金元素濃度は等しい)。はじめに、合金元素の拡散を伴わない γ の成長を考える。4・2・1に従い、 γ/θ 界面における炭素の活量 $a_C^{\gamma/\theta}$ が γ/α 界面における炭素の

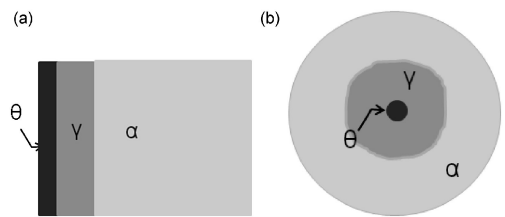


図4・7 (a) パーライトからの γ 化と、(b)球状セメンタイトからの γ 化の模式図。

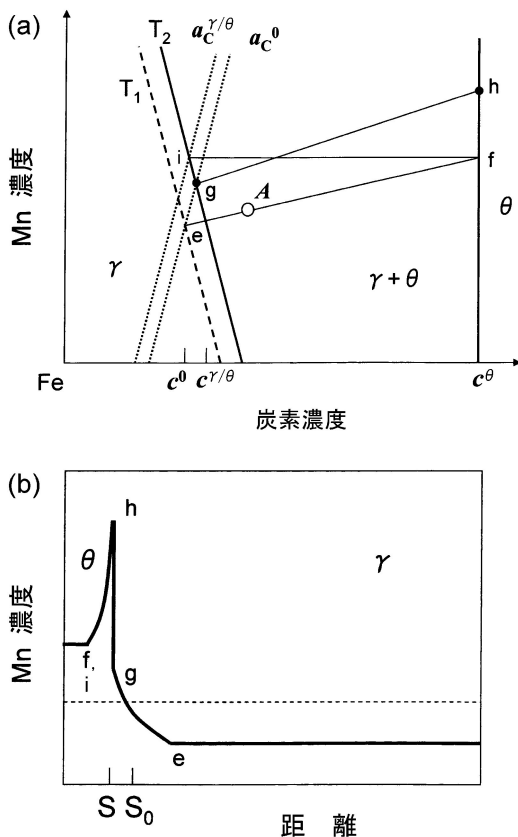


図4・6 Fe-C-Mn 3元合金の γ 母相における θ の溶解。(a) 合金元素の拡散で律速される分配モードの共役線と、(b) 合金元素の拡散プロファイル。

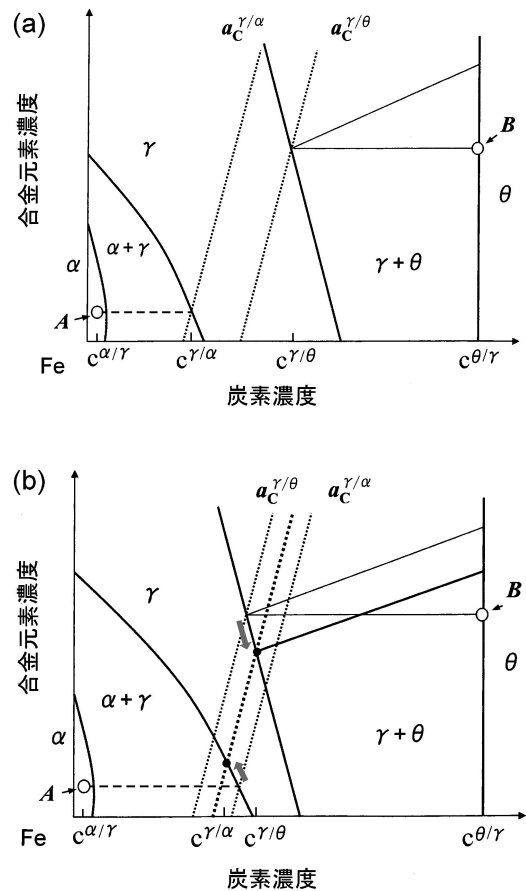


図4・8 (a) 炭素と、(b) 合金元素の拡散で律速されるパーライトの溶解。(b)では a_C^0 と $a_C^{\gamma/\theta}$ が等しくなるまで双方の界面で合金元素の拡散が起こる。

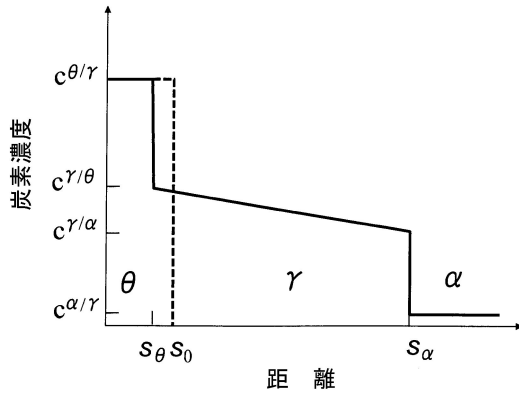


図4.9 準定常拡散の仮定に基づく γ 成長における炭素の拡散プロファイル。

活量 $a_C^{\gamma/\alpha}$ より大きいと γ が成長できる。図4.9にこのときの炭素の拡散プロファイルを模式的に示す。図4.5(b)と同様、 θ が溶解した部分は、高濃度の Mn を受け継いでいる⁽¹¹⁾。

一方、図4.8(b)のように、 $a_C^{\gamma/\alpha}$ が $a_C^{\gamma/\theta}$ より大きくなると、合金元素の拡散が必要になる。すなわち、合金元素が拡散し、黒丸で示されるようなところまで界面の組成が変化すると考えられる。合金元素の拡散を必要としなくなる臨界の温度が T_{PN} である⁽⁴⁾。共析温度からどれくらい温度が高くなれば、このようなモード遷移が起こるかが実用上重要であるが、この温度は合金元素と炭素との親和性(炭素の等活量線の傾き)や、 $\gamma/(\gamma+\theta)$ 、および $\gamma/(\alpha+\gamma)$ 境界の傾きに依存する。Cr はこれらの組み合わせにより T_{PN} と A_{C1} の差が最も大きくなる合金元素である。その結果、Fe-C-Cr 合金では通常の γ 化温度では、分配モードで溶解が起こり、セメンタイトの溶解や γ 化の速度が遅くなる。実際、Li ら⁽¹²⁾ は Cr を含む 0.6C 鋼でパーライトからの γ 化が Mn や Si を含む鋼より遅くなることを報告している。以上の考察は、次節(4.2.3)後半でも述べるような球状化セメンタイトが分散したフェライトからの γ 成長にもあてはまる。

4.2.3 γ の成長速度の近似解

Fe-C 合金でパーライトの θ/α 界面に核生成した γ の成長速度の式を定常場近似により導いてみよう。 θ/γ 界面と γ/α 界面では炭素の局所平衡を仮定し、フェライト中の拡散は無視する。図4.9に示すように、時刻 $t=0$ における θ/α 界面の位置(セメンタイト層の厚さ)を s_0 、時刻 t における θ/γ 界面と γ/α 界面の位置をそれぞれ s_θ および s_α とする。 γ 中の炭素の濃度を $c(s)$ とすると、定常場近似における拡散方程式は、

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial s^2} = 0 \quad (4.3)$$

であるから、A, B を定数として、

$$c = As + B \quad (4.4)$$

と書かれる。従って、オーステナイト中の拡散場に限って言えば、定常場近似は線型勾配近似と同じである。 θ/γ 界面と

γ/α 界面における境界条件より、

$$A = \frac{c^{\gamma/\alpha} - c^{\gamma/\theta}}{s_\alpha - s_\theta} (< 0) \quad (4.5)$$

と求められる。また、これらの界面における流束釣り合いの条件から、

$$(c^{\theta/\gamma} - c^{\gamma/\theta}) \frac{ds_\theta}{dt} = (D_C^\gamma)_{s_\theta} \left(\frac{dc}{ds} \right)_{s_\theta} = (D_C^\gamma)_{s_\theta} A \quad (4.6A)$$

$$(c^{\gamma/\alpha} - c^{\alpha/\gamma}) \frac{ds_\alpha}{dt} = - (D_C^\gamma)_{s_\alpha} \left(\frac{dc}{ds} \right)_{s_\alpha} = - (D_C^\gamma)_{s_\alpha} A \quad (4.6B)$$

が成立する。ここに、 $(D_C^\gamma)_{s_\theta}$ などは θ/γ 界面における炭素の拡散係数である。これから、

$$-\frac{ds_\theta}{ds_\alpha} = -\frac{ds_\theta/dt}{ds_\alpha/dt} = \frac{(D_C^\gamma)_{s_\alpha} c^{\gamma/\alpha} - c^{\alpha/\gamma}}{(D_C^\gamma)_{s_\theta} c^{\theta/\gamma} - c^{\gamma/\theta}} \equiv -E \quad (4.7)$$

となり、右辺を E とおく。上式を積分すると、

$$s_\theta = s_0(1+E) - s_\alpha E \quad (4.8)$$

さらに、(4.6B)を積分すると、

$$\int_0^t dt = - \int_{s_0}^{s_\alpha} \frac{c^{\gamma/\alpha} - c^{\alpha/\gamma}}{(D_C^\gamma)_{s_\alpha}} \frac{1}{A} ds \quad (4.9)$$

(4.8)より、

$$t = \frac{1+E}{2(D_C^\gamma)_{s_\alpha}} \frac{c^{\gamma/\alpha} - c^{\alpha/\gamma}}{c^{\gamma/\theta} - c^{\gamma/\alpha}} (s_\alpha - s_0)^2 \quad (4.10)$$

と求められる。再び(4.8)を使うと、

$$t = \frac{1+E}{2(D_C^\gamma)_{s_\theta} E} (s_\theta - s_0)^2 \quad (4.11)$$

である。これから、 θ/γ 界面、 γ/α 界面とも1次元では放物線的に移動することがわかる。

球状化セメンタイトの表面はオーステナイト化の際に、優先核生成サイトになることが知られている。オーステナイトが極めて短時間にセメンタイト粒子を包み込むと仮定すると、それ以後は、球形界面の移動によってオーステナイト化が進行する(図4.7(b)参照)。Judd と Paxton⁽²⁾ は定常場近似を用い、上と同様な方法で球形オーステナイトの成長に関する式、

$$r_\theta^3 = r_0^3(1+E) - r_\alpha^3 E \quad (4.12a)$$

$$t = \frac{1}{2(D_C^\gamma)_{s_\alpha}} \frac{c^{\gamma/\alpha} - c^{\alpha/\gamma}}{c^{\gamma/\theta} - c^{\gamma/\alpha}} \left[r_0^2 \left(1 + \frac{1}{E} \right) - r_\alpha^2 - \frac{r_\theta^2}{E} \right] \quad (4.12b)$$

を導いている。ただし、 r_0 , r_θ 、および r_α はそれぞれ、 θ 粒子の初期半径、 γ 化途中の θ 粒子と γ 粒の半径である。

定常場近似による解析は数値シミュレーションに比べ、 θ の溶解が2倍程度速くなるが⁽¹³⁾、高純度 Fe-C 合金における実験結果とよく合うことが報告されている⁽²⁾。また、合金元素の効果については、実験により、Cr が焼き戻しマルテンサイトからの γ 化を著しく遅らせる効果があることが報告されている⁽¹⁴⁾。

実工程においては急速に Ae_3 点以上に加熱することも多い。 α/γ 界面で局所平衡が保たれるとすると、連続加熱では界面における溶質原子濃度が時間とともに変化するので、図4.10に示すように γ の中にも炭素や合金元素の濃度勾配が生じる。変態初期では α 母相中の拡散で γ の成長が律速され

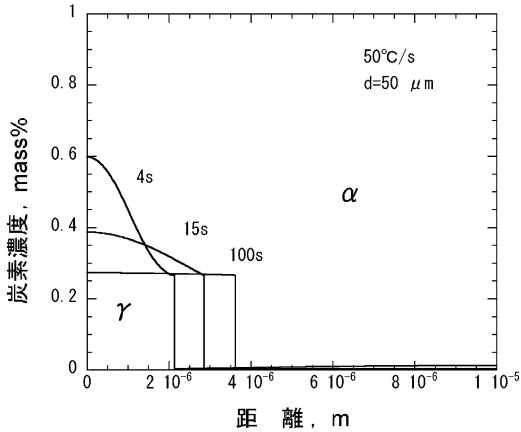


図4・10 炭素鋼の加熱に伴う γ 成長のDICTRAによるシミュレーション. 数字は加熱速度 $50^\circ\text{C}/\text{s}$ での 500°C からの加熱時間を示す. α 粒径は $50\ \mu\text{m}$.

るが、母相中のスーパーサチュレーションが失われると、濃度勾配を平均化しようとして γ 内で拡散が起こり、これが界面移動を律速するようになる。加熱速度が非常に大きいときは、 A_{e3} 点に達しても変態が100%完了するとは限らない。その状態で加熱を続ければ、マッシュ変態により未変態の α 母相が γ に変態することも考えられる。

演習問題 4

700°Cで生成したFe-C共析合金のパーライト(層間隔を $S=0.27\ \mu\text{m}$ とする)を740°Cでオーステナイト化するとき、表Aのデータを使って、 θ 層が消失する時間を計算せよ。また、マルテンサイトを焼戻したとき生成する粒子径 $2\ \mu\text{m}$ の球状セメンタイトが消失する時間はいくらか。(解答は文末に掲載します)

4.3 おわりに

4回の講義を通じて、局所平衡・パラ平衡理論はいろいろな変態で合金元素の効果を記述するのに極めて有効であるこ

表A 740°Cにおける炭素の平衡相境界組成と拡散係数.

界面の濃度(モル分率)と拡散係数	
$c^{\gamma/\alpha}$	0.0289
$c^{\alpha/\gamma}$	0.0009
$c^{\gamma/\theta}$	0.0377
$c^{\theta/\gamma}$	0.25
$(D_{\xi}^{\gamma})_{S_{\gamma}}^*$	$1.25 \times 10^{-12}\ \text{m}^2/\text{s}$
$(D_{\xi}^{\alpha})_{S_{\alpha}}^*$	$1.61 \times 10^{-12}\ \text{m}^2/\text{s}$

* 文献(15)により計算

とを述べた。界面易動度やソリュートドラッグなど局所平衡からのずれを生じさせる原因も明らかになってきている。材料の解析技術やシミュレーションの手法も目覚しく発展しているため、今後、理論の検証や開発研究への応用が一層進むと思われる。

本シリーズの講義は今回で終わりである。執筆の機会を与えて下さった牧先生(新日鉄住金顧問)と会報編集委員会にお礼を申し上げる。(完)

文 献

- (1) R. F. Mehl and W. C. Hagel: Prog. Met. Phys., **6**(1956), 74-134.
- (2) R. R. Judd and H. W. Paxton: Trans. TMS-AIME, **242**(1968), 206-215.
- (3) G. R. Speich and A. Szirmai: Trans. TMS-AIME, **245**(1969), 1063-1074.
- (4) M. Hillert, K. Nilsson and L.-E. Törndahl: JISI, **209**(1971), 49-66.
- (5) P. A. Wyclife, G. R. Purdy and J. D. Embury: Canadian Metallurgical Quarterly, **20**(1981), 339-350.
- (6) G. R. Speich, V. A. Demarest and R. L. Miller: Metall. Trans. A, **12**(1981), 1419-1428.
- (7) R. Wei, M. Enomoto, R. Hadian, H. S. Zurob and G. R. Purdy: Acta Mater., **61**(2013), 697-707.
- (8) Z. Q. Liu, G. Miyamoto, Z. G. Yang and T. Furuhashi: Metall. Mater. Trans. A, **44**(2013), 4872-4875.
- (9) N. Nakada, K. Mizutani, T. Tsuchiyama and S. Takaki: Acta Mater., **65**(2014), 251-258.
- (10) M. J. Whelan: Met. Sci., **3**(1969), 95-97.
- (11) Y. Xia, M. Enomoto, Z. G. Yang, Z. D. Li and C. Zhang: Philos. Mag., **93**(2013), 1095-1109.
- (12) Z. D. Li, G. Miyamoto, Z. G. Yang, and T. Furuhashi: Metall. Mater. Trans. A, **42**(2011), 1586-1596.
- (13) T. Akbay, R. Reed and M. Enomoto: Computer Aided Innovation of New Materials II, eds. M. Doyama, M. Kihara, R. Yamamoto, Elsevier, (1993), 771-774.
- (14) G. Miyamoto, H. Usuki, Z. D. Li and T. Furuhashi: Acta Mater., **58**(2010), 4492-4502.
- (15) J. Ågren: Scripta Metall., **20**(1986), 1507-1510.



榎本 正人

★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★
 1972年 東京大学理系大学院物理学専攻修士課程修了
 1972年 科学技術庁金属材料技術研究所研究員
 1982年 米州カーネギーメロン大学博士課程修了 (Ph. D.)
 1992年 茨城大学工学部マテリアル工学科教授
 2013年4月 同大学大学院理工学研究科特任教授
 2014年3月 退職、茨城大学名誉教授
 専門分野：材料組織学、金属物理学
 ★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★★

(次頁に演習問題 1~4 の解答掲載)

演習問題解答

演習問題 1 の解答

拡散場が母相粒の中心 $x=d$ に到達したときにソフトインピンジメントが始まる。図1・4の斜線の部分の面積が等しいとおくことにより、

$$X \cdot \Delta c^\gamma = \frac{1}{2}(1-X)(\Delta c^\alpha + \Delta c^1)$$

ただし、 c^1 を母相粒の中心における濃度とし、 $X=x/d$ 、 $\Delta c^\gamma = c^\gamma - c^0$ 、 $\Delta c^\alpha = c^0 - c^\alpha$ 、 $\Delta c^1 = c^0 - c^1$ とする。流束釣り合いの条件より、

$$(c^\gamma - c^\alpha) \dot{X} = D \frac{c^1 - c^\alpha}{1-X}$$

c^1 を消去すると、

$$\dot{X} = \frac{2D}{(c^\gamma - c^\alpha)(1-X)} \left(\Delta c^\alpha - \frac{X \cdot \Delta c^\gamma}{1-X} \right)$$

また、 c^1 は、

$$c^1 = c^0 + \Delta c^\alpha - \frac{2X \cdot \Delta c^\gamma}{1-X}$$

より計算される。ソフトインピンジメントが始まるまでは、

$$\dot{X} = \frac{D(\Delta c^\alpha)^2}{2(c^\gamma - c^\alpha)\Delta c^\gamma} \frac{1}{X}$$

である(1回目の文献(1)の p. 100)。

一例として、図A1に上式を使って計算した Fe-0.1C 合金のフェライト母相から850°Cで成長する γ の成長速度 \dot{X} と変態分率 X の時間変化を示す。ソフトインピンジメントにより、 $t \sim 3s$ で \dot{X} は急速に減少し始める。

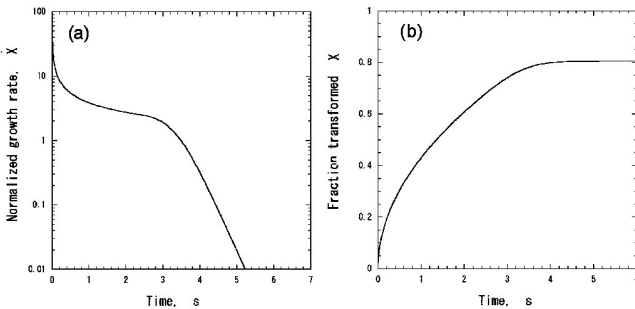


図 A1 (a) γ 成長速度 \dot{X} と、(b) γ 変態分率 X の時間変化。

演習問題 2 の解答

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)$$

という形の一階の常微分方程式の解は A を定数として、

$$y = e^{-\int P dx} \left\{ \int e^{\int P dx} Q \cdot dx + A \right\}$$

と書ける(第2回文献(10))。 P, Q とも定数の場合は、文献によらなくても直ちに

$$y = \frac{Q}{P} + A e^{-Px}$$

と求められる。よって、式(2・10)の解は、

(1) $-1 < X \leq 0$ のとき、

$$c = \frac{V_b}{V_b - \alpha} c_0 + A_1 e^{-(V_b - \alpha)X}$$

$X = -1$ のとき、 $c = c_0$ であるから、

$$A_1 = -\frac{\alpha c_0}{V_b - \alpha} e^{-(V_b - \alpha)}$$

また、 $X=0$ における濃度の最大値 c_p は、

$$c_p = c_0 \left[\frac{V_b}{V_b - \alpha} - \frac{\alpha}{V_b - \alpha} e^{-(V_b - \alpha)} \right]$$

となる。

(2) $0 < X \leq 1$ のとき、

$$c = \frac{V_b}{V_b + \alpha} c_0 + A_2 e^{-(V_b + \alpha)X}$$

$X=0$ のとき、 $c = c_p$ であるから、

$$A_2 = c_p - \frac{V_b}{V_b + \alpha} c_0$$

また、 $X=1$ における濃度(粒界の最前面)の値 c_m は、

$$c_m = \frac{V_b}{V_b + \alpha} c_0 + A_2 e^{-(V_b + \alpha)}$$

となる。

(3) $1 < X$ のとき、

$$c = c_0 + (c_m - c_0) e^{V_V(1-X)}$$

ただし、 $V_V = \frac{v\delta}{D_V} = V_b \frac{D_b}{D_V}$ である。

次に、ドラッグ力は、マトリクス内では $c \sim c_0$ とすると、

$$\begin{aligned} P &= N_V \alpha \int_{-1}^0 \left\{ \left(\frac{V_b}{V_b - \alpha} - 1 \right) c_0 + A_1 e^{-(V_b - \alpha)X} \right\} dX \\ &\quad - N_V \alpha \int_0^1 \left\{ \left(\frac{V_b}{V_b + \alpha} - 1 \right) c_0 + A_2 e^{-(V_b + \alpha)X} \right\} dX \\ &= N_V \alpha \left\{ \frac{\alpha}{V_b - \alpha} c_0 - A_1 \frac{1 - e^{-(V_b - \alpha)}}{V_b - \alpha} \right\} \\ &\quad - \left\{ \frac{\alpha}{V_b + \alpha} c_0 - A_2 \frac{e^{-(V_b + \alpha)} - 1}{V_b + \alpha} \right\} \end{aligned}$$

と求められる。ちなみに、 v すなわち V_b が大きくなると、 $A_1 \sim 0$ 、 $c_p \sim c_0$ 、 $A_2 \sim c_p$ および $c_m \sim c_0$ より、 $P \sim 0$ である。

一方、 $v \sim 0$ ($V_b \sim 0$) のとき、 $A_1 \sim c_0 e^\alpha$ 、 $c_p \sim c_0 e^\alpha$ 、 $A_2 \sim c_p$ および $c_m \sim c_0$ より、 $P \sim 0$ となる。

演習問題3の解答

原子面間隔を a とし、炭素の拡散スパイクの幅 w が、

$$w \approx \frac{D}{v} = \frac{x^0}{2.5 \times 10^6 (x^{\gamma/\alpha} - x^0)^2 T} \geq a$$

であれば、炭素の化学平衡が保たれるとする。 α/γ 界面における γ 側の炭素濃度 $x^{\gamma/\alpha}$ を Thermo-calc など で計算し、式 (3.10) を使って、 w を計算すると、図 A2 のようになる。式 (3.10) は炭素量が 0.2% 以上の合金で測定されたデータに基づいているが、計算は 0.1% C まで行なった。これから、0.1% C 合金では 500°C 以下ではプレート先端で炭素の局所平衡が保たれない可能性がある。Mn が添加されると成長速度が遅くなり、スパイクの幅が大きくなるので炭素の局所平衡が成立するか否かは、合金元素にも影響される。

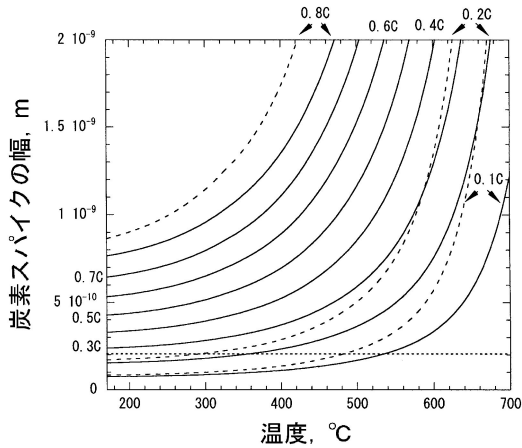


図 A2 Fe-C (実線) と Fe-C-2Mn 合金 (破線) のプレート先端における炭素の拡散スパイクの幅。点線はオーステナイトの (111) 面間隔を示す。

演習問題4の解答

はじめに、 θ 層の厚さの初期値 (s_0) を計算する。フェライト層とセメンタイト層の重量比は、共析組成を 0.76 mass% C (3.46 at% C) とすると、

$$(6.68 - 0.76) : (0.76 - 0.02) = 8.0 : 1$$

双方の比重で割ると体積比は、

$$\frac{8.0}{7.86} : \frac{1.0}{7.4} = 7.53 : 1$$

よって、 θ 層の厚さは、 $s_0 = 0.032 \mu\text{m}$ となる。表 A の値を用いると、740°C において、 $E = 0.170$ である。よって、式 (4.11) より、

$$t = \frac{(1+E)s_0^2}{2E(D_C^\gamma)} = 2.1 \times 10^{-3} \text{ s}$$

である。オーステナイトがパーライトのフェライトとセメンタイト層の間に核生成した場合、非常に短い時間でセメンタイト層が消失する。

球状化セメンタイトの場合は、式 (4.12a) より、

$$r_\alpha = \left(1 + \frac{1}{E}\right)^{1/3} r_0$$

である。よって、式 (4.12b) で、 $r_\theta = 0$ とすると、

$$t = \frac{1}{2(D_C^\gamma)_{s_\alpha}} \frac{c^{\gamma/\alpha} - c^{\alpha/\gamma}}{c^{\gamma/\theta} - c^{\gamma/\alpha}} \left[\left(1 + \frac{1}{E}\right) - \left(1 + \frac{1}{E}\right)^{2/3} \right] r_0^2 = 4.1 r_0^2$$

$r_0 = 2 \mu\text{m}$ のとき、16.4 s でセメンタイト粒子が消失する。このとき、 γ 粒は $3.8 \mu\text{m}$ に成長している。