

材料強度と熱活性化変形過程に関する若干の考察*

加藤 雅 治**

1. はじめに

構造材料を扱う金属学の基礎という比較的地味な研究を続けてきた私にとって、本多記念講演を仰せつかることは大変光栄なことです。もちろん、自分一人でここまで来られたはずもありません。恩師、同僚、友人、学生に恵まれたお陰です。また、日本金属学会等を通じて知り合った多くの方々にご指導、ご教示いただいたからでもあります。

恩師の森 勉先生、佐藤彰一先生がノースウエスタン大学で学ばれたご縁から、筆者も、1978年に博士課程を修了後、この大学で勉学する機会を得ました。Lyle H. Schwartz教授から頂いた研究テーマは、スピノーダル合金の力学特性に関するものでした。Schwartz研究室では、すでに大学院生がスピノーダル合金の疲労挙動を研究していましたので、ポストドクの私は、まず、基礎的な知見として、強度の温度・ひずみ速度依存性を調べることにしました。

2. スピノーダル分解による強化

スピノーダル合金では、溶体化処理後の時効によってスピノーダル分解を起こし、溶質原子濃度が試料の場所の関数として周期的に変化して変調構造が形成される。我々は、溶質Sn濃度が変調するCu-10 mass%Ni-6 mass%Sn合金を用いて溶体化処理材と時効材の降伏応力の温度依存性を調べ、時効による強化量(時効材と溶体化処理材の降伏応力の差)が温度にほとんど依存しないことを見いだした⁽¹⁾。このことは、スピノーダル分解による強化は、熱活性化過程が働かない非熱的(athermal)な機構によって支配的されていることを意味

する。また、ひずみ速度急変試験より求めた活性化体積は、温度の上昇とともに大きくなり、77 K から 423 K の温度範囲で時効時間によらずに数十 b^3 から数百 b^3 (b : バーガースベクトルの大きさ)程度であった⁽¹⁾。

スピノーダル分解による強化機構については、それまでもいくつかの考察がなされ、なかでも Cahn の理論⁽²⁾がよく引用されていた。fcc スピノーダル合金の場合、溶質原子濃度 c の周期的変動が 3 つの $\langle 100 \rangle$ 方向に起こり、それに由来する波長 $\lambda = 5 \sim 10$ nm 程度の周期的内部応力場が形成される。その結果、 $\{111\}$ すべり面上に、図 1 のような周期的せ

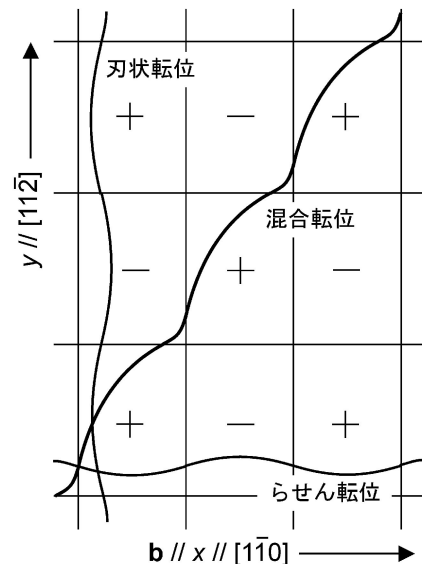


図 1 スピノーダル分解による(111)すべり面上の2次元周期的内部せん断応力場と3種の転位の安定形状。

* 2014年3月21日、東京工業大学大岡山キャンパスにおける本会第154回春期講演大会において講演

** 東京工業大学教授；大学院総理工学研究所 材料物理学専攻(〒226-8502 横浜市緑区長津田町4259-J2-60)
Selected Topics on Material Strength and Thermally Activated Deformation Processes; Masaharu Kato (Department of Materials Science and Engineering, Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, Yokohama)
Keywords: plastic deformation, thermal activation, dislocation, grain boundary, activation volume, strain rate
2013年11月7日受理[doi:10.2320/materia.53.209]

ん断応力場を生じる⁽²⁾⁽³⁾。符号は応力場の正負を意味し、ここでは正の応力場が転位の運動を阻止し、負の応力場は転位の運動を促進するものとする。Cahnは、図1の内部応力場中の刃状転位とらせん転位の運動を考察し、溶質原子の濃度変動振幅 c_a の2乗および波長 λ の1乗に比例する強化量を理論的に導いた⁽²⁾。しかしこの理論は、実験結果より1桁以上小さな値を予測することが多かった。

図1のように、刃状転位もらせん転位も内部応力を受けての曲がり方はあまり大きくなく、正負の内部応力領域をほぼ等しく通過している。したがって、これらの転位に対しては、内部応力が転位の運動を阻止する効果はあまり大きくない。一方、図1の、平均としてバーガースベクトルと60°の角度をなす混合転位に着目すると、正の内部応力領域を通過する転位の部分の方が負の内部応力領域を通過する部分よりはるかに多いことがわかる。そこで、このような60°混合転位の運動の方が刃状転位やらせん転位の運動より困難であることが予想できる。Katoらは60°混合転位がfccスピノーダル合金の巨視的な降伏応力を決めていていると考えて、強化量(スピノーダル分解による臨界分解せん断応力の増加分) τ_{sp} に対する以下の理論式を導いた⁽³⁾。

$$\tau_{sp} = c_a \eta Y / \sqrt{6} \quad (1)$$

ここで、 a を格子定数として $\eta \equiv (1/a)(\partial a / \partial c)$ であり、 Y は立方晶の弾性定数のうち C_{11} 、 C_{12} を用いて $Y \equiv (C_{11} - C_{12})(C_{11} + 2C_{12}) / C_{11}$ と表される。

今、 x - y すべり面上の転位を考える。単位長さの転位に働く力はピーチ・ケーラーの式から導かれ、外部せん断応力 τ の下で安定に存在する転位は、転位に働く力の釣り合いの式

$$\tau_s b - \tau_i(x, y) b + \tau b = 0 \quad (2)$$

を満たす⁽²⁾⁽³⁾。ここで左辺第1項の $\tau_s b$ は転位の曲がりによる自己力、第2項は場所によって変わる内部応力 $\tau_i(x, y)$ から受ける力、第3項は外部応力 τ から受ける力である。転位の曲率があまり大きくないときは、第1項は近似的に

$$\tau_s b = T_L (d^2 y / dx^2), \quad (T_L: \text{転位の線張力}) \quad (3)$$

と表される⁽²⁾⁻⁽⁵⁾。また、周期変動を正弦関数で表すと、図1の x - y 座標系での第2項は次のようになる。

$$\tau_i(x, y) b = \sqrt{\frac{2}{3}} c_a \eta Y b \sin\left(\frac{2\pi}{\sqrt{2}\lambda} x\right) \sin\left(\frac{2\pi}{\sqrt{6}\lambda} y\right) \quad (4)$$

式(3)、(4)を式(2)に代入して得られる微分方程式を合理的な初期条件と境界条件を設定して解けば、力の釣り合いを満たす転位の形状 $y=f(x)$ が求まる。 τ をゼロから大きくしていくと、それに伴って転位の形状も変化する。しかし、 τ がある値(ここでは τ_{sp})以上になると、式(2)を満たす転位の安定形状は存在しなくなる。この τ_{sp} が臨界分解せん断応力を与え、式(1)はこうして得られたものである⁽³⁾。

式(1)はCahnの理論式よりかなり大きな強化量を与え、多くの実験結果をよく説明するものであった。また、その後の研究で、60°混合転位の実在も確認された⁽⁶⁾⁽⁷⁾。しかし、スピノーダル分解による強化が非熱的であることの理解には、さらなる研究が必要であった。

3. bcc金属のパイエルス機構による熱活性化変形

bcc金属の降伏応力が大きな温度・ひずみ速度依存性を示す理由は、らせん転位がパイエルスポテンシャルを乗り越えて運動する際の熱活性化過程が塑性変形を律速している(パイエルス機構)ためであることはよく知られている。

bccの{110}すべり面上でのらせん転位の運動方向を y 方向とし、パイエルスポテンシャル $V_P(y)$ を y の一次元正弦関数として表すと、式(2)第2項は

$$\tau_i(y) b \equiv \frac{dV_P}{dy} = \tau_P b \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_P} y\right) \quad (5)$$

と書ける。 τ_P は内部応力の最大値(パイエルス応力)、 λ_P はパイエルスポテンシャルや内部応力の波長である。

さて、 $y=f(x)$ の形状の転位は、 $y=y_1$ という直線転位に比べて

$$G(y) = \int_{-\infty}^{\infty} T_L \{ \sqrt{1 + (dy/dx)^2} - 1 \} dx + \int_{-\infty}^{\infty} [\{ V_P(y) - V_P(y_1) \} - \tau b (y - y_1)] dx \quad (6)$$

だけ大きなギブスエネルギーをもつ⁽⁴⁾⁽⁵⁾。式(2)の力の釣り合いの式は式(6)の $G(y)$ が極値をとる条件から得られるが、図2のように、安定釣り合い($G(y)$ の極小値)のみならず、不安定釣り合い($G(y)$ の極大値)の転位形状も式(2)の解に含まれる。そして、図2の黒丸(安定)の位置にある転位は、 G^* だけの活性化エネルギーが与えられれば、エネルギーの山を乗り越えて白丸(不安定)の位置まで移動でき、その後は、次の安定位置まで自発的に移動する。

式(3)、(5)を式(2)に代入した微分方程式を解いて安定と不安定の転位形状を求めると、図3のようなになる⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁸⁾⁽⁹⁾。安定形状は自明解で直線(純粹らせん転位)である。一方、不安定解では、らせん転位上にキンク対が形成されている。

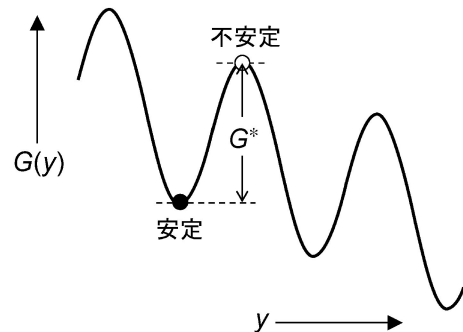


図2 外部応力下でパイエルスポテンシャル中を y 方向に運動するらせん転位のギブスエネルギー変化 $G(y)$ の模式図。式(6)を模式的に表した図で、ギブスエネルギーの極小点(安定)および極大点(不安定)は共に力の釣り合い条件を満たす。隣接する極小と極大のエネルギー差が活性化エネルギー G^* を与える。

転位の不安定形状や活性化エネルギーに対する見通しのよい解析解を得るために、式(2)を解く際にさらに近似を導入する。たとえば、鈴木秀次先生の「転位論入門」⁽⁵⁾に紹介されている Celli らの論文⁽⁸⁾では、図4(a)のように、 $V_P(y)$ を y の2次関数(放物線)を区分的に周期結合して近似した。その結果、 $V_P(y)$ の1回微分である $\tau_i(y)b$ は、結合点で不連続な微分係数をもつ。それに対して、Mori と Kato⁽⁹⁾は、低温・高応力の場合を念頭に置いて、 $\tau_i(y)b$ の頂点付近を2次関数で近似した(図4(b))。これらを式で表すと、式(5)の最大値付近を以下のように近似したことに対応する⁽¹⁰⁾。

$$\tau_i(y)b = \tau_p b + A|y - y_m|^p, A < 0. \quad (7)$$

ここで A は定数、 y_m は $\tau_i(y)b$ が最大値をとるときの y 座標である。Celli らの近似では $p=1$ (1次関数)、Mori と Katoの近似では $p=2$ (2次関数)である。

式(3)と式(7)の近似を式(2)に代入すると、微分方程式を解析的に解くことができ、転位の安定形状 $y_s = f_s(x)$ と不安定形状 $y_u = f_u(x)$ の解析解が外部応力 τ の関数として求まる。それらを式(6)に代入することによって、両者のエネルギー差、すなわち図2の活性化エネルギー G^* が得られる。 τ/τ_p が1に近い(低温・高応力)場合、以下の近似が導ける⁽¹⁰⁾。

$$G^* \propto \{1 - (\tau/\tau_p)\}^{(p+3)/(2p)} \quad (8)$$

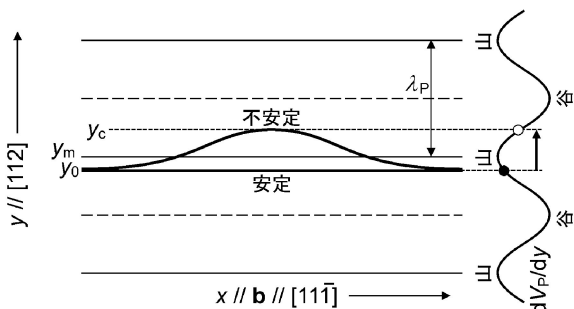


図3 (110)面上1次元パイエルス障壁中のらせん転位の安定形状(直線)と不安定形状(キックベア)。

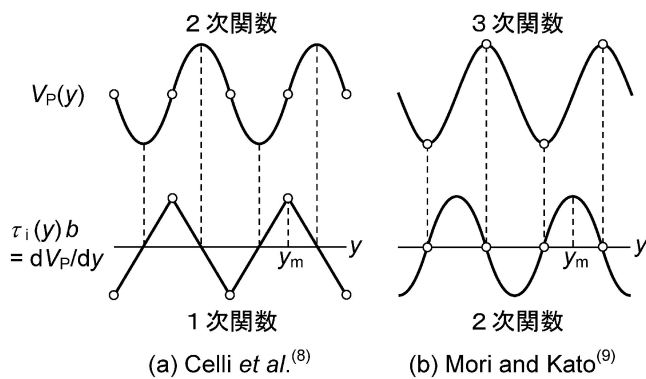


図4 (a)ポテンシャル $V_P(y)$ を y の2次関数(放物線)の結合で近似すれば、力 $\tau_i(y)b$ は1次関数(直線)の結合になり⁽⁸⁾、(b)前者を3次関数の結合で近似すれば、後者は2次関数の結合で表される⁽⁹⁾。図中の白丸はそれぞれの関数の区分結合点を示す。

一方、(原子の拡散が関与しない)低温変形での熱活性化過程では、活性化エネルギーは温度に比例し

$$G^* = Bk_B T \quad (9)$$

と表せることが知られている。 B はパイエルス機構ではおよそ20~30程度でひずみ速度に依存する定数⁽⁹⁾⁻⁽¹¹⁾、 k_B はボルツマン定数、 T は絶対温度である。(8)、(9)から、

$$T \propto \{1 - (\tau/\tau_p)\}^{(p+3)/(2p)} \quad (10)$$

のように温度と応力の関係を表すことができ、 T は $p=1$ では $\{1 - (\tau/\tau_p)\}^2$ に比例し、 $p=2$ では $\{1 - (\tau/\tau_p)\}^{5/4}$ に比例することがわかる。図5は、鉄の多結晶または単結晶の降伏応力の温度依存性を調べた実験結果⁽¹²⁾⁽¹³⁾と、 $p=1$ または2としたときの式(10)の曲線を比較したものである。横軸は絶対零度での降伏応力で規格化してある。この図のように、低温側での降伏応力の温度依存性の実験結果は $T \propto \{1 - (\tau/\tau_p)\}^{5/4}$ で非常によく再現できている。

さらに議論を進めると、活性化体積 v^* とキック対の幅 w^* に対して下記の関係を得ることができる⁽¹⁰⁾。

$$v^* \equiv -\partial G^*/\partial \tau \propto \{1 - (\tau/\tau_p)\}^{(3-p)/(2p)}, \quad (11)$$

$$w^* \propto \{1 - (\tau/\tau_p)\}^{(1-p)/(2p)} \quad (12)$$

キック対の幅 w^* は $p=2$ では応力の増加とともに増加するのに対し、 $p=1$ では応力に依存しない一定値になる。このことから、低温・高応力でのパイエルス機構の考察では、 $p=2$ の近似の方が理にかなっていることがわかる。

4. スピノーダル分解による強化の熱活性化解析

あらためてスピノーダル合金中の転位の力の釣り合いの式、すなわち式(4)を代入した式(2)を、パイエルス機構の場合と同様に解析してみた⁽¹⁴⁾⁻⁽¹⁶⁾。その結果、2次元周期的な変動応力場中の混合転位にも、1次元の場合とよく似たキック対が形成されるが、このキック対のサイズ(活性化体積に相当する)や活性化エネルギーは1次元の場合に比べて

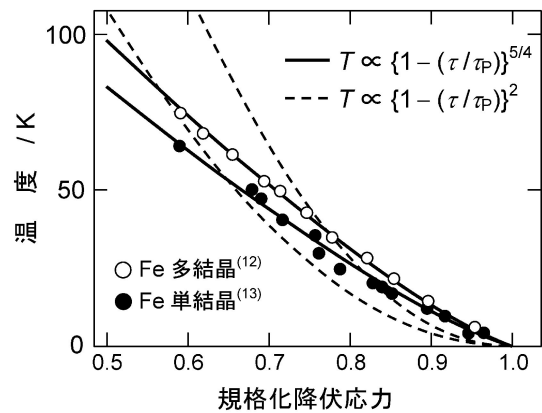


図5 鉄の多結晶と単結晶で得られた温度と降伏応力の関係⁽¹²⁾⁽¹³⁾。降伏応力は絶対零度への外挿値で規格化してある。実線および破線は、それぞれ $p=2$ または $p=1$ としたときの式(10)の曲線を表す。実線の方が破線より実験結果をよく再現していることがわかる。

非常に大きく、熱活性化過程としてのキンク対形成は事実上不可能であることがわかった。このことは、スピノーダル分解による強化は非熱的な機構によって支配的されていることを意味し、強化量が温度・ひずみ速度に依存しないという前述の実験結果をよく説明する。さらに、第2章で述べた活性化体積(数十 b^3 ~ 数百 b^3)は、スピノーダル分解による内部応力場ではなく、固溶強化のような短距離障害物に由来するものであることも結論された⁽¹⁾。

このように、スピノーダル分解による周期的内部応力場は、転位が顕著には曲がらないことから、転位の運動に対する障害物としてはあまり強くはないが、非熱的な強化機構に寄与するので、長距離障害物として働いているといえる。

5. 高温変形と破壊の拡散律速素過程

融点の半分程度以上の温度では、原子の拡散が活発なため、拡散が関与する過程(たとえば粒界すべり、刃状転位の上昇運動、拡散クリープなど)が塑性変形を律速することがある。拡散律速の変形が熱活性化過程であることは当然であるが、この場合の活性化エネルギーは、今までとは異なり、負荷応力に依存しないと考える。それは、拡散の活性化体積が原子1個の体積 Ω ($\approx b^3$)程度と小さいこと、また、変形応力も一般に高温変形の方が低温変形より小さいことによる。

今、 dt 時間の間に dn_d 個の原子が物体内で距離 l_d だけ拡散移動することによって、この物体のギブスエネルギーが dG だけ減少した($dG < 0$)とする。Onakaらは、このとき次の基礎式を導いた⁽¹⁷⁾⁻⁽²³⁾。

$$\Omega \left(\frac{dn_d}{dt} \right) = - \left(\frac{dG}{dn_d} \right) \left(\frac{D}{k_B T} \right) \left(\frac{S_d}{l_d} \right) \quad (13)$$

ここで D は拡散係数、 S_d は拡散の断面積である。この基礎式を適用すれば、種々の拡散律速の素過程に対しての速度式を簡単に得ることができる。

一例として、図6の拡散クリープを考える。簡単のため結晶粒を一辺 d の立方体とし、上下面の粒界に引張応力 σ が作用しているものとする。図の矢印のように、 dt 時間に dn_d 個の原子が側面の粒界から上下面の粒界に拡散移動すれば、この結晶粒は上下方向に Ωdn_d だけ物質が増える。これは塑性ひずみの増加

$$d\varepsilon = \Omega dn_d / d^3 \quad (14)$$

をもたらす。したがって、このクリープ変形にともなう結晶粒1個あたりのギブスエネルギー変化(この場合は外力のポテンシャルエネルギー変化)は次式で表される。

$$dG = -(\sigma d^2) \times (dd\varepsilon) = -d^3 \sigma d\varepsilon = -\sigma \Omega dn_d \quad (15)$$

ナバロ・ヘリング(NH)クリープの場合、原子の移動は粒内拡散によって起こり、(平均)拡散距離と拡散断面積は、粗い近似ではあるが、それぞれ

$$l_d \approx d/2 \quad (16)$$

$$S_d \approx 2d^2 \quad (17)$$

と見積もることができる。 D として粒内拡散係数 D_v を用い、式(14)から(17)を式(13)に代入すれば、NHクリープ

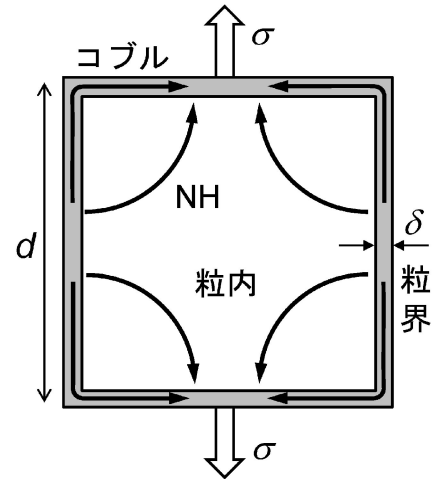


図6 ナバロ・ヘリング(NH)クリープとコブルクリープの模式図。

の速度式として、直ちに次式が得られる⁽²³⁾。

$$\dot{\varepsilon} \equiv \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{4D_v \Omega}{k_B T d^2} \sigma \quad (18)$$

一方、コブルクリープの場合は、原子の移動は粒界拡散によって起こるので、 D として粒界拡散係数 D_b を用い、粒界の厚さを δ とした拡散断面積として

$$S_d \approx 4\delta d \quad (19)$$

を考えれば、式(13)、(14)、(15)、(16)、(19)から速度式

$$\dot{\varepsilon} = \frac{8D_b \delta \Omega}{k_B T d^3} \sigma \quad (20)$$

を得る⁽²³⁾。式(18)や式(20)から明らかなように、拡散クリープの活性化エネルギーは、 D_v または D_b の活性化エネルギーに等しい。

式(18)や式(20)を導くのに、通常教科書、参考書では、図6の上下面の粒界と側面の粒界で、応力の有無によって原子空孔濃度が異なることを出発点としている。一方、式(13)に基づく導出法では、原子空孔濃度の相違を考慮する必要がない。そのため、式(13)から拡散律速過程の速度式を導く方法は非常に簡便である。実際、この方法は、拡散クリープ以外にも粒界すべり⁽¹⁷⁾、粒界ポイドの成長⁽¹⁸⁾、焼結⁽¹⁹⁾、第二相粒子周りの応力緩和⁽²⁰⁾⁻⁽²²⁾、刃状転位の上昇運動⁽²³⁾、などにも適用され、見通しのよい取り扱いを可能にしている。

6. 多結晶や超微細粒材料の熱活性化変形過程

再び低温変形に戻る。多結晶で粒界の関与を陽に考慮した熱活性化解析にはホール・ペッチの式

$$\sigma = \sigma_0 + k_{HP} d^{-1/2} \quad (21)$$

に基づく議論がある。ここで σ_0 は、しばしば摩擦応力とよばれる粒内変形に関する定数、 k_{HP} はホール・ペッチ係数である。Armstrongらは、式(21)が粒界付近の運動転位の堆積に由来するという考え方に立ち、両辺をひずみ速度の対

数で偏微分することによって、次式を導いた⁽²⁴⁾⁻⁽²⁸⁾.

$$\frac{1}{v_c^*} \equiv \frac{1}{v_0^*} + \left(\frac{k_{HP}}{2M\tau_c v_c^*} \right) d^{-1/2} \quad (22)$$

ここで v_c^* は全活性化体積, v_0^* は粒内変形に関与する活性化体積, v_c^* は粒界領域の変形に関与する活性化体積である. M はテーラー因子, τ_c は粒界に堆積する転位群の先頭転位に作用する集中せん断応力で, 堆積転位の数に比例する. 多くの実験結果と比較することによって, Armstrong らは $\tau_c v_c^*$ がほぼ一定値をとり, 式(22)がよく成り立つことを示した⁽²⁴⁾⁻⁽²⁸⁾. また, v_0^* は粒内の転位林と運動転位の相互作用によって, v_c^* は粒界近傍の応力集中に助けられた交差すべりによって説明できることを指摘した.

結晶粒径が 1 μm 以下の超微細粒 (ultrafine grain, UFG) 材料や 100 nm 以下のナノ結晶 (nanocrystal, NC) 材料では, (いわゆる逆ホール・ペッチ関係を示すような極微細結晶粒径の場合を除いて) 結晶粒径が小さくなるにつれて強度が上昇するが, fcc や hcp 金属では, さらに強度の温度・ひずみ速度依存性も大きくなることが知られている. この原因に何らかの熱活性化変形過程が関与していることは間違いないが, 詳細な機構は未だ明らかにされていない. とくに, ひずみ速度急変試験や応力緩和試験によって求めた変形の活性化体積が温度の減少関数⁽²⁹⁾⁻⁽³¹⁾や応力の増加関数⁽²⁹⁾⁽³²⁾⁻⁽³⁴⁾になるという特異な実験結果は, 粗大粒材料や単結晶材料では見られないものである.

Conrad らは, Armstrong らと同様な粒界への転位の堆積モデルと熱活性化の速度論を融合させて, 上述のような UFG 材料や NC 材料の熱活性化過程の特異性の原因を, 粒界での転位の堆積によって促進される粒界せん断 (grain boundary shear) の結果として説明した⁽³²⁾⁽³³⁾⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾.

以上のように, Armstrong らや Conrad らの熱活性化モデルは, 粒界での転位の堆積を必要としているが, 観察される転位密度が高々 10^{15} m^{-2} 程度である⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾ことを考えると, UFG や NC 材料中の微細結晶粒内に転位の堆積が普遍的に起こるかどうかは自明ではない. さらに, 結晶粒が小さくなるにつれて, 粒内転位源より粒界転位源の働きが重要になるという指摘もある. たとえば Wang らは, NC 材料で転位と粒界の相互作用に由来する熱活性化変形過程を考察し, 粒界からの転位の生成過程や粒界でピン止めされた運動転位がピン止めを外す (depinning) 過程が変形律速となる可能性を指摘した⁽³⁰⁾. また, Swygenhoven らは, 分子動力学シミュレーションの結果から, NC 材料中の転位の運動では, 粒界での熱活性化 depinning 過程を考慮する必要があると考えた⁽³⁹⁾⁻⁽⁴¹⁾.

上述のような背景を基に, 我々は図7のような粒界で生成した転位の粒内への張り出し過程と熱活性化 depinning 過程を考慮した UFG や NC 材料の変形モデルを提案した⁽⁴²⁾⁽⁴³⁾. 詳細は文献に譲るが, このモデルによると, 粒界での転位の堆積を考慮することなく, UFG 材料や NC 材料で見られる特異な熱活性化変形過程に関する実験結果をかなり定量的に説明することができる⁽³⁸⁾⁽⁴³⁾⁻⁽⁴⁶⁾. しかし, このモ

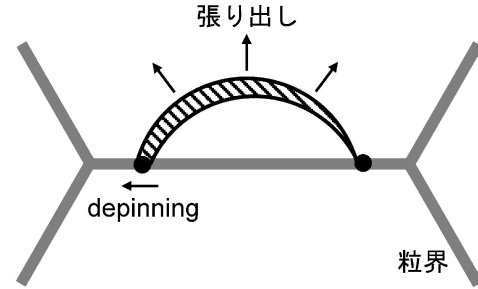


図7 粒界から発生した転位の粒内への張り出し過程と粒界ピン止め点からの depinning 過程. 2つの弓形転位形状に挟まれたハッチを入れた面積が活性化面積に相当する.

デルも一つの提案にしか過ぎず, 実験的な検証が行われているわけではない. UFG 材料や NC 材料の研究は世界的にも活発に行われているが, 変形機構に関する理解は, まだ初歩的な段階にとどまっているといえる.

7. おわりに

本講では, 筆者が30年以上にわたって研究対象としてきた熱活性化変形過程のうち, 転位の形状や降伏応力が近似ではあるが解析的に表現できる問題や, 少し考え方を発展させて新しい解釈に繋がる問題を扱った. 熱活性化過程が材料の変形に本質的に関与する場合であっても, 必ずしも, 強度の議論にそれが十分に取り入れられていないこともあるように思う. さらに, 実験結果を満足に説明できるだけの理解が得られていないことも多い. 材料の力学特性を理解するために避けては通れない熱活性化変形過程について, 解明すべきことは数多く残されている. 今後の研究の進展に期待したい.

文 献

- (1) M. Kato and L. H. Schwartz: Mater. Sci. Eng., **41**(1979), 137-142.
- (2) J. W. Cahn: Acta Metall., **11**(1963), 1275-1282.
- (3) M. Kato, T. Mori and L. H. Schwartz: Acta Metall., **28**(1980), 285-290.
- (4) 加藤雅治: 入門転位論, 裳華房, 東京, (1999), 第10章.
- (5) 鈴木秀次: 転位論入門, アグネ, 東京, (1967), 第7章.
- (6) M. Kato, S. Katsuta, S. Okamine and A. Sato: Mater. Sci. Eng., **77**(1986), 95-102.
- (7) A. Sato, K. Tamura, M. Ito, M. Kato and T. Mori: Acta Metall. Mater., **41**(1993), 1047-1055.
- (8) V. Celli, M. Kabler, T. Ninomiya and R. Thomson: Phys. Rev., **131**(1963), 58-72.
- (9) T. Mori and M. Kato: Philos. Mag. A, **43**(1981), 1315-1320.
- (10) M. Kato: Phys. Stat. Sol. (a), **79**(1983), 517-522.
- (11) 竹内 伸: 結晶塑性論, 内田老鶴圃, 東京, (2013), 第7章.
- (12) H. Matsui, S. Moriya, S. Takaki and H. Kimura: Trans. Japan Inst. Metals, **19**(1978), 163-170.
- (13) E. Kuramoto, Y. Aono and K. Kitajima: Scripta Metall., **13**(1979), 1039-1042.
- (14) M. Kato, T. Mori and L. H. Schwartz: Mater. Sci. Eng., **51**(1981), 25-29.
- (15) M. Kato, T. C. Lee and S. L. Chan: Mater. Sci. Eng., **54**(1982),

