

焼結と粒成長理論への 新しいアプローチ

中 革 彦* Ħ

1. はじめに

焼結と粒成長理論は材料開発の最も重要な科学的基礎理論 である.両者とも1950年前後に基礎が構築され,前者はセ ラミックスで、後者は金属で発展してきたことは知られてい る⁽¹⁾.著者はセラミックス構造材料の開発に従事してきた が、焼結では緻密化を、粒成長ではその抑制に関心をもって 実験をしてきた.

焼結理論は金属粉末冶金で始まり(2)(3), セラミックスで基 礎が確立した⁽⁴⁾⁽⁵⁾.近年では数値計算や計算科学による解析 が盛んである(6)-(13). セラミックス材料開発は半導体製造に 関与して,高純度と微細化へと著しく先進化した.そのた め,従来理論に欠陥がめだってきた. 焼結理論の見直しの必 要が叫ばれて久しが、物質移動原理から考える必要があっ た. このレビューは、著者がセラミックスを参照材料にし て、焼結と粒成長理論を固体の拡散にさかのぼって再検討し た結果を報告するものである.

2. 物質移動の自由エネルギー理論と速度式

図1にSiCの粉末が焼結する様子を示した. セラミック スの焼結にはサブミクロンの粉末が必要である(図1の (1)). 焼結初期に粉末は接触面積を増やし、合体しながら 接合する(同(2)). ち密化には焼結助剤が必須で、図の(3) ではホウ素(B)と炭素(C)を各々0.3と2重量%添加してお り、粒は接合し焼結する.しかし、不足すると粒成長が起こ って, 焼結に必要な粒界は作らない(同(4)). 焼結プロセス は、粒の接合により表面が粒界に転じ、粒成長プロセスは粒 の合体により表面が消滅することが素過程である.実際の緻



図1 SiC 粉末の焼結と組織. (1) 原料の α(6H)-SiC 粉 末(平均粒径 0.5 µm), (2)加熱初期, (3)焼結助 剤を添加して緻密化した SiC 焼結体(0.3%Bと 2.0%C, 2150℃), (4)助剤が不足して粒成長し た焼結体.

密化は両者が拮抗して進む. 焼結助剤は粒界エネルギーを低 めてその接合を有利にしていると理解できる.

表面と粒界が係る粉末(系)の自由エネルギー Esvs は E_{svs} =

$$=\varepsilon_{\rm sf}s_{\rm sf} + \varepsilon_{\rm gb}s_{\rm gb} \tag{1}$$

である.ここで、 ϵ_{sf} 、 ϵ_{gb} と s_{sf} 、 s_{gb} は表面(sf)と粒界(gb)の エネルギー(ϵ)と面積(s)である. E_{svs} は極小値をもち,そこ で系は平衡になり焼結は終わる.この平衡状態と現在の自由 エネルギー差が系の過剰なエネルギームG_{sys}で、焼結を駆動 する(式(2)). 粒成長では系の総表面積が駆動する(式 (2)').

$$\Delta G_{\rm sys} = (\varepsilon_{\rm sf} s_{\rm sf} + \varepsilon_{\rm gb} s_{\rm gb})_{\rm at\ present} - (\varepsilon_{\rm sf} s_{\rm sf} + \varepsilon_{\rm gb} s_{\rm gb})_{\rm at\ equilibrium}$$

for sintering (2)

* 物質・材料研究機構ナノセラミックスセンター主幹研究員(〒306-0044 つくば市並木1-1) New Approach to Sintering and Grain Growth Theories; Hidehiko Tanaka (National Institute for Materials Science, Nano Ceramics Center, Tsukuba) Keywords: theory, sintering, grain groth, free energy, material transport 2009年3月9日受理

404

 $\Delta G_{\rm sys} = \varepsilon_{\rm sf} s_{\rm sf} \text{ for grain growth} \qquad (2)'$

一般に系が過剰エネルギー ΔG_{sys} を持つとき,系は平衡に 向かって変化する.その物質移動速度に対して Inomata⁽¹⁴⁾ は速度式(3)を提案した.物質移動速度 dv/dt は拡散係数 D_x ,有効拡散面積 a_x を有効拡散距離 λ_x で割った形状因子 $(a_x/\lambda_x)と駆動力 \Delta G$ に比例する. Tanaka は (a_x/λ_x) が系の 微少体積が拡散する平均断面積 $a_m(x)$ を拡散距離 $\lambda(x)$ で割っ た値の体積について調和平均値式(4)で与えられることを 示した⁽¹⁵⁾(図 **2**).これを自由エネルギー理論と言っておく.

$$\frac{dv}{dt} = D_x \left(\frac{a_x}{\lambda_x}\right) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta G}{RT}\right) \right\} \approx D_x \left(\frac{a_x}{\lambda_x}\right) \left(\frac{\Delta G}{RT}\right) \quad (3)$$

$$\frac{1}{a_m(x)} = \frac{\int_{x_{out}}^x \frac{1}{a(x)} dx}{\int_x^x dx}, \text{ and } \frac{1}{\left(\frac{a_x}{\lambda_x}\right)} = \frac{\int_V \frac{1}{\left(\frac{a_m(x)}{\lambda(x)}\right)} dv}{\int_x^x dv} \quad (4)$$

式(3)と式(4)のオリジンは次のようである⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾. 任意 の反応は構成する原子の方向が確率的に規定されたジャンプ によっておこる(図3). その速度 u は,原子の振動速度 v_0 , ジャンプの障壁の高さ ΔG^* ,反応のユニット ϕ と駆動エネ ルギー ΔG に比例し,次式で与えられる.

$$u = v_0 \exp\left(-\frac{\Delta G_m^*}{RT}\right) \phi \left\{-\exp\left(-\frac{\Delta G}{RT}\right)\right\}$$
(5)

拡散では φ は体積で,格子定数が ω なら原子は体積 協を運

ΔG



図2 系が過剰な自由エネルギー ΔG を持つ時,a(x)か ら平均拡散断面積 $a_m(x)$ 通して拡散距離 $\lambda(x)$ の 出口 a_{out} にdvの物質が流れる.



図3 原子のジャンプと物質の流れ.

び、その量は規格化された拡散断面積 a_x/l_0^2 に比例し、距離 λ/l_0 に反比例する.ここで、 ϕ は $\gamma(l_0^3)(a_x/l_0^2)/(\lambda_x/l_0) =$ $\gamma(l_0^2)(a_x/\lambda_x)$ で、 γ はジャンプの幾何形状などに依存する物 質定数である.拡散の物質移動速度 dv/dtはこれと式(5)か ら式(6)である.

$$\frac{dv}{dt} = \gamma l_0^2 v_0 \exp\left(\frac{\Delta G_m^*}{RT}\right) \times \left(\frac{a_x}{\lambda_x}\right) \left\{1 - \exp\left(-\frac{\Delta G}{RT}\right)\right\} \quad (6)$$

右辺4項目までの $pl_{0}^{2}v_{0}\exp(-\Delta G_{m}^{*}/RT)$ は拡散の原子論⁽¹⁸⁾ から拡散係数 D_{x} に等しい.式(6)は固体拡散に関する物質 移動速度の自由エネルギー理論の式(3)になる.粉末の焼 結と粒成長に関わる過剰なエネルギー式(2)と形状因子式 (4)を計算して式(3)に代入すれば必要な物質移動量がわ かる.

自由エネルギー速度式と Fick の拡散式

もし系の体積に濃度勾配 dC/dx あるいは化学ポテンシャ ル勾配 $\nabla \mu$ があるときは、図2を参照して、位置 x の微小体 積が出口 x_{out} に流出する。その流束 jは Fick の法則に従う ことはいうまでもない、定常流の第一法則は

$$j = -D_x \frac{dC}{dx} \text{ or } \frac{1}{a(x)} \frac{dv}{dt} = -D_x \frac{C_A \nabla \mu}{RT}$$
(7)

である⁽¹⁸⁾.系全体の物質移動量は,流束式(7)を系全体で 積分して得られる⁽¹⁵⁾.まず微小体積では

$$\nabla \mu = \frac{dv}{dt} \frac{RT}{D_x C_A} \frac{1}{a(x)} then \int_x^{x_{out}} \nabla \mu dx = \frac{dv}{dt} \frac{RT}{D_x C_A} \int_x^{x_{out}} \frac{1}{a(x)} dx$$
(8)

であり、系全体ではこれの体積平均値をとる.

$$\frac{\int_{\text{sys}} \int_{x}^{x_{\text{out}}} \nabla \mu(x) \, dx \, dv}{\int_{\text{sys}} dv} = \frac{\frac{RT}{D_x C_A} \frac{dv}{dt} \int_{\text{sys}} \frac{\lambda(x)}{a_m(x)} \, dv}{\int_{\text{sys}} dv} \tag{9}$$

式(8)で、 $\int_{x}^{x_{out}} 1/a(x) dx / \int_{x}^{x_{out}} = 1/a_{m}(x) \geq \lambda(x) = \int_{x}^{x_{out}} dx$ であ る. さらに、 $\int_{sys} \lambda(x) / a_{m}(x) dv / \int_{sys} dv$ は拡散経路の係数 λ_{x} / a_{m} であり、 $\nabla \mu(x)$ の平均値 $\int_{sys} \int_{x}^{x_{out}} \nabla \mu(x) dx dv / \int_{sys} dv$ は系の持 つ過剰自由エネルギー ΔG である. 以上を式(9)に代入す ると自由エネルギー理論の式(3)が得られる.

反対に、式(3)を体積の微小部分で微分する. 微小部分 では $a_x = a(x) \ge dx = \lambda_x$ で、濃度を自由エネルギー $\Delta G = dRT \ln C = RT dC_A/C_A$ に書き換えると式(10)で、Fick の式 になる.

$$\frac{d}{dx}\left(\frac{dv}{dt}\right) = \frac{d}{dx} \left[C_{A}D_{x}\left(\frac{a_{x}}{\lambda_{x}}\right) \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{\Delta G}{RT}\right) \right\} \right]$$
$$= D_{x} \left\{ \frac{a(x)}{dx} \right\} C_{A} \left\{ 1 - \exp\left(\frac{RTdC_{A}}{C_{A}}\frac{1}{RT}\right) \right\}$$
$$= -a(x)D_{x}\frac{dC_{A}}{dx}$$
$$j = \frac{d}{dx}\left(\frac{dv}{dt}\right) \left| a(x) = -D_{x}\frac{dC_{A}}{dx} \right.$$
(10)

自由エネルギー理論の式(3)とFickの拡散式(7)は等価で

ある(15).

Fick の拡散式(7)は定義から,連続な濃度勾配に沿って 物質が流れることを原則としている.一方,自由エネルギー 理論の式(3)と式(4)は系に過剰な自由エネルギーがあれ ば平衡状態に向かって物質が移動すると言っている.全物質 移動量は両者とも一致する.

固体粉末におこる焼結と粒成長の特徴は物質移動が表面と 粒界エネルギーに駆動されることである.固体内部と表面と 粒界で化学ポテンシャルは連続ではない.Fickの法則を適 用するのは難しい.一方,系の過剰エネルギーは式(1)で 簡単に見積もられ,連続性にこだわらない.自由エネルギー 速度式はこのような場合に有効である.

4. 焼結と粒成長理論への新しいアプローチ

(1) 焼結と粒成長のモデル

自由エネルギー理論式(3)と式(4)を焼結と粒成長に適 用して速度式を導出しよう.まず図4のモデル化から始め る⁽¹⁹⁾.従来理論と同じように,粒径の異なる2つの粒1,2 が粒界で接する.ただし従来理論の物質移動の駆動源である ネックと曲率を設定することはしない.焼結は図4(a)のよ うに粒の体積は一定で表面が粒界に変化して粒界が拡張する プロセスである.粒成長は図4(b)のように粒界は一定で物 質が小粒子から大粒子に移動して表面積が減少するプロセス である.両者は同時におこって,前者が優先すれば粉末は緻 密化し,後者が優先すると組織の粗大化と多孔質化がおこ る.計算では次のパラメーターを使う.

$$R_{0} = \frac{r_{01}}{r_{02}}, R_{1} = \frac{r_{1}}{r_{01}}, R_{2} = \frac{r_{2}}{r_{02}}, X_{1} = \frac{x_{1}}{r_{1}}, X_{2} = \frac{x_{2}}{r_{2}},$$

$$r_{\text{sys}}^{3} = r_{01}^{3} + r_{02}^{3}, \text{ and } \alpha = \frac{\varepsilon_{\text{gb}}}{\varepsilon_{\text{sys}}}$$
(11)



図4 焼結(a)と粒成長(b)のモデル,焼結では粒子の 体積が一定で粒界が拡張し,粒成長では粒界が 一定で粒子間で物質が移動する.

 r_{01} , r_{02} は初期の球の半径, r_1 , r_2 , x_1 , x_2 はそれぞれ粒界を持つ 粒 1, 2の粒径と粒界と粒の中心の距離, r_{sys} は系の半径で その体積($4\pi/3$) r_{sys}^2 (=($4\pi/3$)($r_{01}^2 + r_{02}^2$))は一定である. ε_{sf} と ε_{gb} は表面と粒界エネルギーで, それらの比 $\alpha = \varepsilon_{sf}/\varepsilon_{gb}$ を 導入する.

(2) 焼結と粒成長を駆動する過剰エネルギー

系の総エネルギー E_{sys} は式(1)から、 V_m を物質のモル体積としてモル当たり式(12)である.

$$E_{\rm sys} = \frac{\{\epsilon_{\rm s}(s_1 + s_2) + 2e_{\rm gb}s_{\rm gb}\}}{(4/3)\pi r_{\rm sys}^3/V_{\rm m}}$$
(12)

 E_{sys} は $X_{1,2}$ あるいは焼結の度合 $(1-X_{1,2})$ に関して下に凸で, dE_{sys}/dX_1 は $X_1+X_2=2\alpha$ で0になり,極小値 $E_{sys,min}$ をと る. E_{sys} の焼結による変化を図5に示した.2つの粒子が焼 結 $(1-X_1 が 0 から増加)$ すると,自由エネルギーは減少して 平衡に達する.ここで焼結は終わる.現在と平衡状態との差 ΔG は粉末の持つ過剰エネルギーである. α が小さいほど系 の過剰エネルギーは大きく,焼結は進む.焼結の駆動力 ΔG_{sint} は式(12)の現在と平衡状態の差をとって式(13)になる.

$$\Delta G_{\text{sint}} = \Delta \frac{\{\varepsilon_{\text{s}}(s_1 + s_2) + 2e_{\text{gb}}s_{\text{gb}}\}}{(4/3)\pi r_{\text{sys}}^3/V_{\text{m}}} = \left(\frac{3\varepsilon_{\text{s}}V_{\text{m}}}{r_{\text{sys}}}\right) F(X_1, R_0, \alpha)$$

where $F(X_1, R_0, \alpha)$

$$= \varDelta \left\{ \frac{R_1^2(1+X_1) + R_0^2 R_2^2(1+X_2) + \alpha R_1^2(1-X_1^2)}{2(1+R_0^2)^{2/3}} \right\} \quad (13)$$

△は現在と平衡状態の差を意味する.

一方, 粒成長は表面エネルギーのみに関与し, 二球粒子の 合体が平衡状態で, 過剰なエネルギー *E*_{eg} は,

$$E_{\rm eg} = \frac{\varepsilon_{\rm s}(s_1 + s_2)}{m_1 + m_2} - \frac{\varepsilon_{\rm s} s_{\rm sys}}{m_1 + m_2},$$

$$s_{1,2}: \text{ surface areas of grain 1 and 2 } (4\pi r_{01,02}^2),$$

$$s_{\rm surface areas of system} (4\pi r_{\rm surface}^2)$$
(14)



図5 焼結する二球粒子の総エネルギー E_{sys} と X_1 (図 4). 焼結は $1-X_1=0$ から右へ進み, E_{sys} は X_1 + $X_2=2\alpha$ で極小値を持つ.

である.しかし、粒成長を駆動するエネルギーは粒径の大小による表面エネルギーの差に比例するから、粒子が利用できるエネルギーは各々粒子の表面エネルギー E_1 および E_2 に関して平均値まわりに E_{eg} を分配した $E_{1,gg}$ と $E_{2,gg}$ である.さらに系の粒成長に関する過剰エネルギー $E_{sys,gg}$ はそれらの体積(モル)平均値である.各々は式(15)で与えられる.

$$\begin{split} E_1 &= \frac{\varepsilon_{\rm sf} s_1}{m_1}, \ E_2 &= \frac{\varepsilon_{\rm sf} s_2}{m_2}, \ E_{12} &= \frac{\varepsilon_{\rm sf} (s_1 + s_2)}{m_1 + m_2}, \\ E_{1,\,\rm gg} &= \frac{E_{12} - E_1}{E_{12}} E_{\rm eg} \ (\geq 0), \ E_{2,\,\rm gg} &= -\frac{E_{12} - E_2}{E_{12}} E_{\rm eg} \ (\geq 0), \text{ and} \end{split}$$

$$E_{\rm sys, \ gg} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} E_{1, \ gg} + \frac{m_2}{m_1 + m_2} E_{2, \ gg}$$
(15)

この $E_{\text{sys, gg}}$ が小粒子2から大粒子1へ移動する体積を駆動 する ΔG_{gg} であり、計算すると式(16)になる.

$$\begin{split} \Delta G_{\rm gg} &= E_{\rm sys, \, gg} = \left(\frac{3\varepsilon_{\rm sf} V_{\rm m}}{r_{\rm sys}}\right) G(X_1, R_0) \quad \text{where} \\ G(X_1, R_0) &= \frac{R_0^3}{(1+R_0^3)^{5/3}} \left\{\frac{R_2^2(1+X_2)}{R_0} - R_1^2(1+X_1)\right\} \\ &\times \left\{1 - \frac{2(1+R_0^3)^{2/3}}{R_1^2(1+X_1) + R_0^2R_2^2(1+X_2)}\right\} \end{split}$$
(16)

(3) 拡散の経路と必要な物質移動量

緻密化の拡散経路には図6に示した体積,表面および粒界 拡散が関与するが,ここでは典型として体積拡散が律速する と考える.式(4)の形状因子(a_x/λ_x)は体積に沿って計算し て得られる.計算結果は式(17)である.

$$\begin{aligned} \left(\frac{a_x}{\lambda_x}\right) &= r_{\rm sys} L_{\rm v}(X_1, R_0), \text{ where } L_{\rm v}(X_1, R_0) \\ &= \frac{4\pi}{3} (1+R_0^3)^{2/3} R_1 (1-X_1^2)^{1/2} \\ &\times \left[R_1^3 \left\{ \frac{1}{2} X_1^2 (1-X_1^2)^{1/2} + \frac{1}{2} X_1 \operatorname{Arc} \sin X_1 \right. \\ &+ \frac{1}{4} \pi X_1 + \frac{1}{3} (1-X_1^2)^{3/2} \right\} \\ &+ R_0^3 R_2^3 \left\{ \frac{1}{2} X_2^2 (1-X_2^2)^{1/2} + \frac{1}{2} X_2 \operatorname{Arc} \sin X_2 \right. \\ &+ \frac{1}{4} \pi X_2 + \frac{1}{3} (1-X_2^2)^{3/2} \right\} \end{aligned}$$
(17)



図 6 拡散経路. 1:体積拡散, 2:表面拡散, 3:粒界 拡散.

焼結速度は線収縮速度 $d(l/l_0)/dt$ あるいは接合度の変化速度 dX_1/dt で,また粒成長速度は粒径比の変化速度 dR_0/dt で定 義できる.焼結は粒界が拡張することによって実現し、粒成 長は粒子間の体積移動量によるから、各々に必要な物質移動 量 dv/dt は式(18)である.

$$\frac{d(l/l_0)}{dt} = -\frac{1}{r_{01} + r_{02}} \frac{d(x_1 + x_2)}{dt}, \frac{dX_1}{dt} = \frac{d(x_1/r_1)}{dt},$$

and $\frac{dv}{dt} = -\pi (r_1^2 + x_1^2) \frac{d(x_1 + x_2)}{dt}$ for sintering
 $\frac{dR_0}{dt} = \frac{d(r_{01}/r_{02})}{dt}$, and $\frac{dv}{dt} = 2 \times 4\pi r_{01}^2 \frac{dr_{01}}{dt}$ for grain growth
(18)

式がだいぶ混み入ってしまったが,厳密に追跡できるように すべて書き下した.

(4) 焼結と粒成長の速度式

焼結と粒成長の速度式は熱伝導と同じで,移動速度式とその駆動力,形状因子および形状変化に必要な物質移動量から 構成されている.各々式(3)(4),(13)(16),(17)(18)で 与えられる.これらから,次の式が得られる.

$$\frac{d(l/l_0)}{dt} = -\left(\frac{3\varepsilon_{\rm sf}D_{\rm v}V_{\rm m}}{RT}\right)\frac{1}{r_{\rm sys}^3}\frac{(1+R_0^3)}{\pi(1+R_0)R_1^2(1-X_1^2)} \times F(X_1, R_0, \alpha)L_i(X_1, R_0, \delta, r_{\rm sys}) \\
\frac{dX_1}{dt} = -\left(\frac{3\varepsilon_{\rm sf}D_{\rm v}V_{\rm m}}{RT}\right)\frac{1}{r_{\rm sys}^3}\frac{(1+R_0^3)(2-X_1)}{2\pi R_1^2\{R_1(1-X_1)+R_0R_2(1-X_2)\}} \times F(X_1, R_0, \alpha)L_i(X_1, R_0, \delta, r_{\rm sys}) \\
\frac{dR_0}{dt} = -\left(\frac{3\varepsilon_{\rm sf}D_{\rm v}V_{\rm m}}{RT}\right)\frac{1}{r_{\rm sys}^3}\frac{(1+R_0^3)^2}{8\pi R_0^2}G(X_1, R_0)L_{\rm v}(X_1, R_0) \tag{19}$$

ここで D_v は体積拡散係数である.

式(19)の焼結速度と焼結収縮量および粒径変化量を図 7(a)(b)(c)に示した.図7(a)は二球粒子の焼結収縮速度 $-d(l/l_0)/dt$ を接合度(1- X_1)で表し,図7(b)(c)の X_1 と R_0 は式(19)の時間変化で, $dX_1 \ge dR_0$ を微少時間で交互に 積算した結果である.収縮速度は $\alpha(=\varepsilon_{gb}/\varepsilon_{sf})$,すなわち粒 界エネルギーに強く依存し、 α が小さいほど速度は速い.接 合が進む((1- X_1)が増加する)と焼結速度は急速に遅くな り、平衡に達して0になる.それ以上は負になり、粒子は 逆の焼結をして分離する方が安定になる.実際にはこれは起 こりにくい.図7(b)は接合度 X_1 の時間変化である.(a) と 同様に α が小さいと焼結は進む.注意することは X_1 が極小 値を持つことで、 α が大きいと焼結には限界があり、焼結し ないことを意味している.図7(c)は粒径比の時間変化であ る.

図8に図7(b)(c)の結果を図示した.初期に粒径比が2: 1の二球粒子は焼結と粒成長を同時に起こしながら緻密化し ていく.粒界エネルギーが小さいとき(α=0.2),粒界を作っ て緻密化する.大きいと(α=0.9),表面エネルギーの消費が 優先して粒成長を起こす.粒界エネルギーは粉末の緻密化の 重要な支配因子である.



図7 焼結と粒成長の数値計算.(a)焼結速度-d(l/ l₀)/dtと接合度X₁,(b)接合度X₁および(c)粒 径比R₀の時間変化.時間はB(=(3e_{sf}D_vV_m/ RT)(1/r³_{vs}))で規格化した.

び来の焼結理論

(1) 物質移動を駆動する表面の曲率⁽¹⁾⁽³⁾

焼結を二球粒子の接合でモデル化したのは J. Frenkel⁽²⁾ が最初であるが,より明確に理論化したのはG. C. Kuczynski⁽³⁾であった.その後,W. D. Kingery⁽⁴⁾ とR. L. Coble⁽⁵⁾によって理論が構築された.W. W. Mullinces とF. A. Nichols⁽⁶⁾⁽⁷⁾により物理的基盤が整備された.粒成長理論 はW. Ostwald⁽²⁰⁾に始まり J. E. Burke *et al.*⁽²¹⁾, I. M.



図8 焼結のシミュレーション.粒径比2:1の大小二 球粒子は、焼結と粒子長をおこしながら接合(緻 密化)する.粒界エネルギーが小さい (α =0.2)と 粒界を形成して緻密化するが、大きい (α =0.9) と粒成長が支配的になる.B=($3\epsilon_{sf}D_vV_m/RT$) ($1/r_{sys}^3$).



図9 従来理論の焼結モデル.二球粒子は粒界で接合し、ネックを仮定する.1から4の拡散機構がある.a:粒径、x:粒界半径、r:ネックの半径、h:接合の高さ、w:粒界の厚み(h=-r=w/2)

Lifshiz and Slyozov⁽²²⁾とC. Wagner⁽²³⁾によって確立された. これらの理論は数値計算とシミュレーションに発展し, 多様なモデルの解析が行われている⁽⁶⁾⁻⁽¹³⁾.

Kuczynsky-Kingery-Coble の初期焼結理論⁽³⁾⁻⁽⁵⁾は、図9 に示すように接合する粒子でモデル化し、粒界に負のネック を想定する.物質移動はネックより流れ出る空孔で、速度式 はFick または Nernst の拡散式に従う. $C \ge D_0$ を空孔の濃 度とその拡散係数とすると流束は式(20)で与えられる.

$$j = \frac{(dv/dt)}{a(x)} = -D_0 \frac{dC}{dx} \text{ or } j = -D_0 \frac{C\nabla\mu}{RT}$$
(20)

駆動力はネックの拡散源(source)と表面の拡散先(sink)が 作る空孔濃度勾配 dC/dx あるいは化学テンシャル勾配 $\nabla \mu$ で ある. $dC \ge \nabla \mu$ は Thomson-Freundlich⁽²⁴⁾⁽²⁵⁾の関係から,

$$dC = \frac{C_0 \Omega}{RT} 2\gamma_{\rm sf} \kappa, \ \mu = 2\gamma_{\rm sf} \kappa \Omega \text{ and}$$
$$\Delta \mu = \frac{\mu_{\rm source} - \mu_{\rm sin \ k}}{\lambda} \text{ or } \Delta \kappa = \frac{1}{r_{\rm source}} - \frac{1}{r_{\rm sin \ k}}$$
(21)

となる. ここで C_0 は平衡空孔モル濃度で、 γ_{sf} 、 κ 、 $r \ge \Omega$ は各々表面張力、曲率、半径と原子容積である.

(2) 焼結速度式

粒界近傍の体積拡散機構による焼結収縮を例に初期焼結の 速度式を計算してみる(図9の1). 粒径a,粒界幅 $2h(=\omega)$ とネックの半径r(=-h)とする.モデルから収縮量 $\Delta l/l$ と 物質量の幾何関係,濃度勾配と円盤状粒界に対応するFick の式は各々式(22)である.

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{h}{a} \left(= \frac{r}{a} \right) = \frac{x^2}{4a^2} \text{ and } \frac{dv}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt} = \frac{\pi r^3}{2a} \frac{dx}{dt},$$
$$\Delta C = \frac{C_0 \Omega}{RT} \frac{\gamma_{\text{sf}}}{r} \text{ and } \frac{dv}{dt} \left(= \frac{J}{2r} \right) = 4\pi D_0 \Omega \Delta C 2r \qquad (22)$$

 $a \gg r \ge D_v = D_0 C_0 \Omega$ とすると, 焼結収縮 $\Delta l/l$ は時間 $t \ge$ 粒径 $a \circ$ のべき乗の関数式(23) で得られる.

$$\frac{\Delta l}{l} = \left(\frac{4D_{\rm v}\Omega\gamma_{\rm sf}}{a^3RT}\right)^{1/2} t^{1/2} \tag{23}$$

物質移動には他に粒界・表面・液相内拡散,気化凝縮や溶 解析出機構がある(図9の2,3,4).焼結中期と終期焼結も あり,取り扱いは同様にできる.表1に拡散機構と焼結収縮 式をまとめた⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽²⁶⁾⁽²⁷⁾.表面拡散と気化・凝縮機構では粒 子の中心間隔が縮まないので緻密化はしないとする.

(3) 従来論と新しい理論の違い

丰 1

表1の焼結収縮式は次のことを言っている.(a)粒径が小 さいと焼結が早い,(b)時間のべき乗に比例して焼結収縮は すすむ,(c)表面張力(表面エネルギーと混同することがあ る)が焼結を支配し,粒界張力は速度式に現れない.(d)難

云" 》的和"秋相之反		
初期焼結 収縮率 $\Delta l/l$ の時間 $t $ と粒径 a の関数 $\frac{\Delta l}{l} = \left(\frac{KD_x \gamma_{sf} \Omega \omega^{n-3}}{a^n RT}\right)^{l/m} t^{l/m}$		
	т	п
粒界拡散	3	4
体積拡散	2	3
表面拡散	収縮しない	
気化・凝縮	収縮しない	
粘性流動*	1	3
液相内拡散**	3	4
溶解析出**	2	3
中期・終期焼結 気孔率 P は時間 t と粒径(稜 l)の関数 $P = \left(\frac{KD_x \gamma_{sf} \Omega \omega^{n-3}}{l^n RT}\right)^{l/m} (t_f - t)^{l/m}$		
	т	п
中期粒界拡散	1.5	4
中期体積拡散	1	3
終期体積拡散	1	3

K:定数, D_x :拡散係数, γ_{sf} :表面張力, Ω :モル容積, ω :拡 散(粒界)幅, * $RTa^2/D_x\Omega$ を粘性 η に, ** $\gamma_{sf} \epsilon \gamma_{sf}C_0$ (溶解度)に読み 替える.モデルは図9に示した. 焼結性は表面拡散機構か気化・凝縮機構が優先するからであ る.数値計算による焼結のシミュレーションでもネックや二 面角を仮定する限り同様の結果が得られている.

一方,4章の自由エネルギー理論では,上記の(a)は同様 で,(b)は形状が時間で変化するから単純なべき乗で表せな い.(c)(d)に対しては粒界エネルギーが焼結に強く影響 し,難焼結性は粒界エネルギーが大きいからとする.従来論 では,粉末を微紛化すれば必ず焼結し,緻密化に熱力学的障 壁はないとした.かつて,セラミックス粉末を微粉にすれば 助剤なしでも焼結すると考えて,CVD等で超微粉の合成を することが試みられた.しかし,これは成功しなかった.自 由エネルギー理論では,焼結には熱力学的障壁があり,難焼 結性は焼結助剤で粒界エネルギーを低めて解決すると結論す る.SiC や Si₃N₄のような共有結合性の固体粉末はその典型 である.

粒成長に関しては本稿では詳しく述べないが,従来理論で は粒子の接触二面角と粒子の曲率(配位数)が支配因子であ る.自由エネルギー理論では,粒成長と焼結は裏腹の現象 で,粒界エネルギーが大きいと粒成長が優先する.

近年の先進的な粉末冶金やセラミックス工業の技術的特徴 は原料と組織が微細化し,高純度化したことである.表面エ ネルギーは大きくなり,粒子は結晶の自形を表し,液相やネ ックの存在を前提にすることは難しくなった.粒界エネルギ ーを無視しては現象を理解することはもはやできない.新し いアプローチが必要と考える.

6. 焼結の実際, SiC を例として

高温構造用セラミックスとして重要な SiC 焼結体を例に 実際と理論を対比してみたい.図10はサブミクロンの SiC 粉末に焼結助剤 AlB₂ と C を添加して焼結した例である.焼 結体の密度は添加量に強く依存し,添加剤が不足すると焼結



 図10 SiC 粉末の焼結温度-助剤添加量-密度の関係.図中の数字は焼結体の相対密度.原料はα(6H)と β(3C)-SiC 粉末で,助剤 AlB₂ を添加した.他に C が 2 重量%含まれている.

しない. 組織変化は図1と同様である. 添加剤はαを低め ている. 実際のαはどのくらいであろうか?実測値はない が昇華エネルギーからの推定値や分子軌道法などによる計算 値があるので,図11にまとめた. 粒界エネルギーは対応粒界 (CSL-GB)のものである. 値はばらついているが表面と粒界 エネルギーの差は大きくはない.

図12は SiC の高純度バイクリスタルと焼結体の粒界構造 である.前者では第二期を介さず直接接合した粒界が観察さ れる.高純度 SiC のランダム粒界では表面エネルギーが緩 和できないこととランダム粒界ではαが大きい(≒1)ことを 意味する.一方,BとCを添加した後者の粒界では無定形



図11 SiC の表面エネルギー(左3列)と粒界エネルギー (右3列).



図12 高純度 SiC 結晶の粒界(上)と0.3重量%Bと2重量%Cを添加した SiC 焼結体の粒界(下).

の第二相が観察される. B と C が析出して粒界エネルギー を緩和し,αを小さくしている. 焼結助剤がち密化に必須で ある理由である.

拡散定数に関しては、SiCの拡散係数*D*₀は極めて小さい.しかし,活性化項は大きいので高温にすれば拡散は活性化し,拡散が緻密化の障壁とはならない.粒径は小さい方がよく,サブミクロン粉末が好ましいことはいうまでもない.

7.考察

固体粒子の焼結と粒成長は表面・粒界エネルギーが関与す る現象で,系の過剰自由エネルギーが駆動力であると仮定 し,物質移動速度に遡って新しい速度式(19)を組み立て た.速度式(3)(4)は拡散の原子論に基盤を持ち,Fickの 第一法則と等価である.この式によって焼結に粒界エネルギ ーを合理的に組み入れられ,また粒成長速度が表面エネルギ ーの一義的関数として得られた.

従来理論では粒子間のネックの曲率と表面張力が作る空孔 濃度(化学ポテンシャル)勾配から議論が始まる.新しいアプ ローチはエネルギーが駆動力となる点が異なる.固体は構造 を持ち,表面と粒界は構造の端面で内部と性質や化学ポテン シャルに連続性はないと考えるのが正しい.さらにいうと, 固体では表面は液体のように自由に拡大できないから,表面 張力と表面エネルギーは次元が同じでも一致しない.焼結や 粒成長のモデルで,粒界の二面角を張力の釣り合いの Young-Dupré式にあてはめて粒子の曲率や配位数を規定す ることをがある⁽²⁸⁾.しかし,Young-Dupré式は平衡でしか 成立しない.焼結は非平衡であり,また個体の表面や界面に 張力が働くことは疑問である.エネルギーで現象を捉えるほ うが誤りはない.この理論で物質移動の駆動力を表面・界面 エネルギーにとった所以である.

8. 結 語

金属やセラミックス材料,例えば透明アルミナやサーメット材料の開発に従来の焼結と粒成長理論が大いに貢献し,組織の制御技術の指針となってきた.前述したように,材料がナノ化し,高純度化した現在では従来理論が現実とあわなくなった.固体表面や粒界が関与する物質移動は新しいアプローチから再考しなくてはならないし,解析すべき課題は多い.

著者は本稿の他に自由エネルギー理論をベースにいくつかの拡散現象を解析した.例えば,多粒子集合体に起こる異常 粒成長の支配因子⁽¹⁵⁾,扁平な固体粒子の球状化⁽¹⁷⁾,平面に 付着する微小粒子の消滅⁽²⁹⁾,相転移に加速された粒成長⁽³⁰⁾ などである.もしもご興味をもたれて参照いただければ幸い である.

文 献

(1) W. D. Kingery, H. K. Bowen and D. R. Uhlmann: Introduction

to Ceramics, 2nd edition, John Wiley & Sons, New York, (1976), 448-515.

- (2) J. Frenkel: J. Phys., 4(1945), 385–391.
- (3) G. C. Kuczynski: Trans. Am. Inst. Min., Metals Trans., 185 (1949)169–178.
- (4) W. D. Kingery and M. Berg: J. Appl. Phys., 26(1955), 1205– 1212.
- (5) R. L. Coble: J. Am. Ceram. Soc., 41(1958), 55–62.
- (6) W. W. Mullins: J. Appl. Phys., **30**(1959), 77–83.
- (7) F. A. Nichols and W. W. Mullins: J. Appl. Phys., 36(1965), 1826–1835.
- (8) H. E. Exner and P. Bross: Acta Metall., 27(1979), 1007–1012.
- (9) J. Svoboda and H. Riedel: Acta Metall. Mater., 40(1992), 2829–2840.
- (10) A. Jogota: J. Am. Ceram. Soc., 77 (1994), 2237-2239.
- (11) H. Matsubara, K. Furukawa and R. J. Brook: Fouth Euro Ceramics-Vol. 3, ed. by S. Meriani and V. Sergo, Gruppo Editoriale Faenza Editrica S.p.A (1995), 597-604.
- (12) J. Pan, H. Le, S. Kucherenko and J. A. Yeomans: Acta Mater., 46(1998), 4671–4690.
- (13) F. Wakai: J. Am. Ceram. Soc., 89(2006), 1471-1484.
- (14) Y. Inomata: J. Ceram. Soc. Japan, 90(1982), 527–531.
- (15) H. Tanaka: J. Ceram. Soc. Japan, 104(1996), 253–258.
- (16) Y. Inomata: J. Surface Sci. Soc. Japan, 10(1989), 187–194.
- (17) H. Tanaka: J. Euro. Ceram. Soc., 24(2004), 2763–2768.
- (18) P. G. Shewmon: Atomic theory of diffusion, Diffusion in Solids. McGraw-Hill, New York (1963), 40–85.
- (19) H. Tanaka: J. Ceram. Soc. Japan, 103(1995), 138-143.

- (20) W. Ostwald: Z. Phys. Chem., 34(1900), 495-503.
- (21) J. E. Burke and D. Turnbull: Progress in Metal Physics, 3. ed. by C. Burce, Interscience Publishers Inc., Pergamon Press, London, (1952), 420–293.
- (22) I. M. Lifshitz and V. V. Slyozov: J. Phys. Chem. Solids., 19 (1961), 35–50.
- (23) V. C. Wagner: Z. Elektrochemic, **65**(1961), 581–91.
- $(24)\,$ S. W. Thomson: Philo. Mag. and J. Sci., $42(1871),\,448\text{-}453.$
- $(25)\;$ H. Freundlich: Z. Phys. Chem., $\mathbf{75}(1910)\;245\text{--}256.$
- (26) W. D. Kingery: J. Appl. Phys., **30**(1959), 301–306.
- (27) R. L. Coble: J. Appl. Phys., **32**(1961), 787–792.
- (28) R. M. German: Sintering Theory and Practice, John Wiley & Sons Inc., New York, (1996), 67–141.
- (29) H. Tanaka: Acta Mater., **55**(2007), 2423–2432.
- (30) H. Tanaka: Key Eng. Mater., 403 (2009), 169-172.



田中英彦

1977年 科学技術庁無機材質研究所入所

- 1984年 ドイツマックスプランク粉末冶金研究所客員 研究員
- 2001年 無機材質研究所は金属材料技術研究所と統合し,現職

専門分野:セラミックス構造材料,特に非酸化物セラ ミックスの開発と機械的性質の評価に従事,近年は物 質移動速度と焼結理論を研究している.
