

改良 θ 法のクリープ構成式の物理的説明*

丸山 公一** 及 川 洪**

J. Japan Inst. Metals, Vol. 55, No. 11 (1991), pp. 1189-1193

A Physical Explanation for the Constitutive Creep Equation of the Modified Theta Concept*

Kouichi Maruyama** and Hiroshi Oikawa**

The theta concept has been proposed to predict long-term creep properties. Several constitutive creep equations have been used in the concept to describe creep curve up to tertiary creep stage, for example

$$\varepsilon = A_1 \{1 - \exp(-at)\} + B_1 \{\exp(bt) - 1\} \quad (1)$$

$$\varepsilon = A_2 \{1 - \exp(-at)\} + B_2 \{\exp(at) - 1\} \quad (2)$$

where A_1 , B_1 , a , b and α are material constants determined by the curve fitting to a measured creep curve. Physical significance of the equations, however, is not well elucidated.

Physical backgrounds of the two equations have been discussed on the hypothesis that creep equation must be derivable from the Orowan equation. Equation (1) seems to be hardly derived from Orowan equation, whereas Eq. (2) is the simplest form of creep equations derivable from the Orowan equation. For dislocation creep, the rate constant α of Eq. (2) takes the following form:

$$\alpha = CD\sigma^n$$

where C is a constant, D the diffusion coefficient and n the stress exponent. It is expected from this equation that the temperature dependence of α accords with that of diffusion. This expectation has been experimentally confirmed, suggesting that the assumptions made to derive Eq. (2) are physically reasonable.

(Received July 17, 1991)

Keywords: creep deformation, non-steady-state creep, constitutive creep equation, theta concept, dislocation creep model

I. 緒 言

高温、応力下で材料を使用すると、時間依存型のクリープ変形がおきる。実際の材料は数年から数十年という長期間使用されるが、試験可能な期間は限られている。しかし実用条件でのクリープ性能評価は不可欠である。そこで、短時間試験から長期間挙動を推定する手法が必要となる。推定には、まず短時間試験結果を定量化しなければならぬ。この定量化にはクリープ曲線を記述する構成式が必要である。

3次クリープ域までのクリープ曲線を記述する構成式として、Evans and Wilshire⁽¹⁾は θ 法と呼ばれる次式を提案した。

$$\varepsilon = A_1 \{1 - \exp(-at)\} + B_1 \{\exp(bt) - 1\} \quad (1)$$

これに対して筆者らは⁽²⁾式(1)を改良した次式を用いた。

$$\varepsilon = A_2 \{1 - \exp(-at)\} + B_2 \{\exp(at) - 1\} \quad (2)$$

ここで、 A_1 , B_1 , a , b , α は実測クリープ曲線を最もよく再現するように決めるパラメータである。式(1)は2つの速度定数(a と b)を含むのに対して、式(2)には1つの速度

定数 α しかない。これが両式の外見上の違いである。しかし、Ⅲ章で述べるように、両式には本質的な違いがある。

式(1)(2)は、耐熱材料のクリープ挙動を系統的に理解したり⁽³⁾⁽⁴⁾、長時間挙動を予測する際に⁽¹⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾有用なことがわかってきている。しかしその物理的背景は必ずしも明確ではない。本論文では、これらの式が導出される背景の検討をとうして、両式の違いを明確にする。また、式(2)の各パラメータの物理的意味も検討する。

II. 実用材料のクリープにおける定常変形状態

実用耐熱材料の多くは析出物で強化されており、その析出物が長期間の使用中に凝集粗大化することはよく知られた事実である。Fig. 1⁽⁷⁾は、クリープ中の析出組織変化の一例である。変形の進行とともに、析出粒子数の減少、すなわち、析出物凝集粗大化がおきている。Fig. 2⁽⁷⁾には、析出粒子数の他に転位密度とクリープ速度変化の様子も併記されている。この試験は圧縮クリープで、破壊や塑性不安定がおきないにもかかわらず、3次クリープ域が出現す

* 1991年4月日本金属学会春期大会に発表

** 東北大学工学部材料物性学科(Department of Materials Science, Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai)

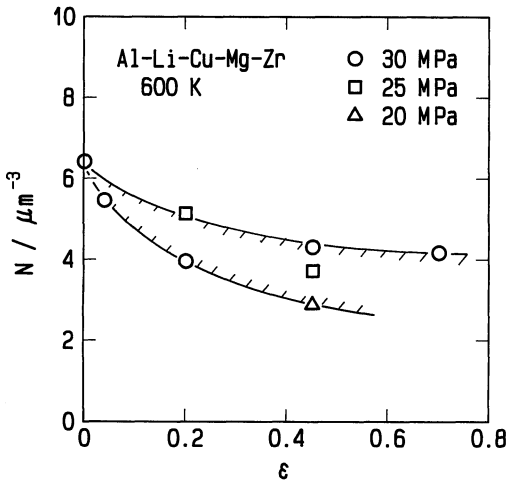


Fig. 1 A change in number of precipitates N during the course of creep of Al-Li alloy⁽⁷⁾. The number N is plotted as a function of creep strain ϵ .

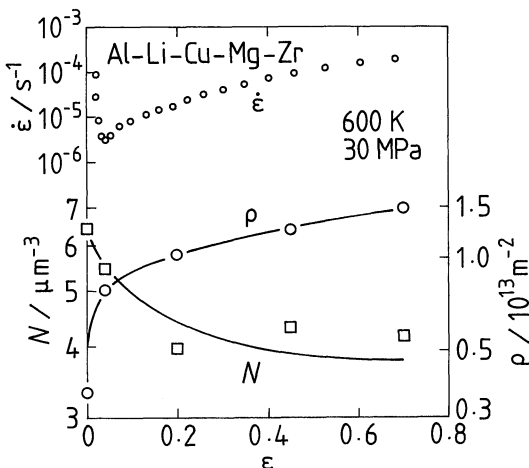


Fig. 2 Changes in number of precipitates N and dislocation density ρ during the course of compression creep of Al-Li alloy at 30 MPa and 600 K, together with the change in creep rate with strain⁽⁷⁾.

る。このことは、析出物凝集粗大化による材料弱화가3次クリープ出現の主要原因であることを示す。この凝集粗大化は、3次クリープ開始点から始まるのではなく、1次クリープ初期からおきている。一方、1次クリープでの変形減速(加工硬化)の主要原因である転位密度増加は、1次クリープ域はもちろんのこと3次クリープ域でも続いている。これらの結果は、変形による母相の加工硬化と強化析出物の凝集粗大化による材料の弱화가同時進行し、組織という観点からは定常状態はないことを示す。

式(1)(2)は、定常変形を記述する項を含まず、定常

状態は存在しないという前提に立っている。また加工硬化(右辺第1項)と弱化(第2項)は、その寄与の程度は変化するが、すべてのクリープ域で同時におきていると仮定されている。上記実験事実は、少なくとも粒子強化材料において、式(1)(2)で想定したこれらの状況が実現されていることを示してくれる。単相材料でも、粒界移動や再結晶が激しく起きる TiAl では、式(1)(2)の想定が妥当であることが報告されている⁽⁴⁾。

III. クリープ構成式の検討

ここでは、単一の変形様式、たとえば転位クリープで変形していることを前提とし、クリープ構成式を検討する。組織に定常状態がなくても、転位クリープで変形しているなら、各時点では次の Orowan の式が成立する。

$$\dot{\epsilon} = \rho b v_g \quad (3)$$

ここで $\dot{\epsilon}$ はクリープ速度、 ρ は運動転位密度、 b はバークスベクトル、 v_g は転位速度である。したがって、クリープ構成式は式(3)から導出するものでなければならぬ⁽⁸⁾。

温度と応力が一定のクリープ変形では、 ρ と v_g は組織が与えられれば一義的に決まる。組織は一般には歪 ϵ と時間 t の関数であるが、クリープでは t を指定すれば ϵ が、逆に ϵ を指定すれば t が決まる。したがって、 t だけあるいは ϵ だけの関数として $\dot{\epsilon}$ を表現することができる。

$$\dot{\epsilon} = F_1(t) \quad (4)$$

$$\dot{\epsilon} = F_2(\epsilon) \quad (5)$$

原理的には、微分方程式(4)あるいは(5)を解けば、クリープ構成式が得られる。どちらを出発点としてもよいが、ここでは式(5)から出発する。

1. 式(1)の場合

式(5)は一般式であり、この微分方程式を解くには条件が必要である。そこで式(1)に基づいて次の仮定をする。

仮定1: 1次クリープ初期(ϵ の小さい時)には、クリープ曲線は次式で表現される。

$$\epsilon = A_1 \{1 - \exp(-at)\} \quad (6)$$

仮定2: 3次クリープ後期(ϵ の大きい時)には、クリープ曲線は次の形となる。

$$\epsilon = A_3 + B_1 \exp(bt) \quad (7)$$

ただし、 A_3 は任意定数。式(6)は Garofalo の式⁽⁹⁾で、1次クリープをかなりよく記述することが知られている。式(7)は ϵ に比例して $\dot{\epsilon}$ が増加する3次クリープを表す式で⁽⁸⁾、3次クリープをかなりよく記述できる⁽⁵⁾。

状況を単純化するために、最小クリープ速度 $\dot{\epsilon}_m$ となる歪量 ϵ^* を原点とする歪座標軸 z を導入する。

$$z = \epsilon - \epsilon^* \quad (8)$$

この座標系では微分方程式(5)は次のように変換される。

$$\dot{\epsilon} = dz/dt = G(z) \tag{9}$$

ここで $G(z)$ は z の関数である。式(6)(7)は歪速度の形で表現すると次のようになる。

$$\dot{\epsilon} = -a\epsilon + aA_1 \tag{10}$$

$$G(z) = -az - a(\epsilon^* - A_1) \quad z \ll 0 \tag{10'}$$

$$\dot{\epsilon} = b\epsilon - bA_3 \tag{11}$$

$$G(z) = bz + b(\epsilon^* - A_3) \quad z \gg 0 \tag{11'}$$

したがって、式(10')(11')を同時に満足する $G(z)$ は次の形でなければいけない。

$$G(z) = \frac{a+b}{2} |z| - \frac{a-b}{2} z + \gamma(z) \tag{12}$$

ただし、 $\gamma(z)$ は z の次数が 0 次以下の冪級数であり、この式は $z=0$ の近傍を除いた領域での表現である。

一般には、式(12)は z (あるいは ϵ) の初等関数では表現できない。すなわち、式(6)(7)の仮定の下に Orowan の式から導かれる構成式は、式(1)ではなく、もっと複雑な式となる可能性が高い。このように、Orowan の式との関連性に基づいてその物理的背景を議論するには式(1)は不便な式である。なお、2つの様式で変形する領域が直列に並んでおりそれらの領域での歪が加算的に全歪に寄与する場合には、式(6)(7)の条件の下で微分方程式(4)を解けば式(1)を導出することは可能である。

2. 式(2)の場合

式(2)のように $a=b=\alpha$ とおけば、式(12)は次のもっと簡単な式となる。

$$G(z) = \alpha\{|z| + \delta(z)\} \tag{13}$$

ここで $\delta(z)$ は z の次数が 0 次以下の冪級数である。この式は初等関数で表現しうる可能性がある。 $z \ll 0$ と $z \gg 0$ で

は、 $G(z)$ の傾きは逆符号で大きさが等しい(Fig. 3(a)). $G(z)$ はその定義から、 $z=0$ で連続で $dG/dz=0$ でなければならぬ。これらの条件を満足する $G(z)$ のうちで最も単純なのは、次の z の偶関数である。

$$G(z) = \alpha \left[|z| \left\{ 1 + \sum_{n=1}^{\infty} (c_n/z^{2n}) \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} (d_n/z^{2n}) \right] \tag{14}$$

ここで c_n と d_n は定数であり、この式は $z=0$ の近傍を除いた領域での表現である。 $G(z)$ が式(14)で表現されるとき、次の関係が成立する。

$$G(z) \cdot (dG/dz) = \alpha^2 \{z + \zeta(z)\} \tag{15}$$

ここで $\zeta(z)$ は z の次数が 0 次以下の冪級数である。 $G(z)$ が偶関数なら $G(z) \cdot (dG/dz)$ は奇関数であり、Fig. 3(c)の点線のようになる。そのうちで最も単純なのは Fig. 3(c)の直線で表される次の場合である。

$$G(z) \cdot (dG/dz) = \alpha^2 z \tag{16}$$

式(14)を式(16)に代入すると、その係数は次のように決定される。

$$c_n = (-1)^{n-1} (2n-3)!! (2c_1/\alpha)^n / (n!2^n)$$

$$d_n = 0$$

この係数は次式を級数展開したときの係数と一致する。

$$G(z) = \alpha \sqrt{z^2 + (2c_1/\alpha)} \tag{17}$$

c_1 は定数であるが、 $z=0$ で $G(z) = \dot{\epsilon}_m$ となることから、次の値となる。

$$c_1 = \dot{\epsilon}_m^2 / 2\alpha$$

したがって、 $G(z)$ 式は次のように表現される。

$$G(z) = \alpha \sqrt{z^2 + (\dot{\epsilon}_m/\alpha)^2} \tag{18}$$

この式を代入して微分方程式(9)を解くと、クリープ構成式(2)が得られる。ただし、 A_2 と B_2 は次の値である。

$$A_2 = \{ \sqrt{(\epsilon^*)^2 + (\dot{\epsilon}_m/\alpha)^2} + \epsilon^* \} / 2 \tag{19}$$

$$B_2 = \{ \sqrt{(\epsilon^*)^2 + (\dot{\epsilon}_m/\alpha)^2} - \epsilon^* \} / 2 \tag{20}$$

以上から明らかのように、式(2)は式(6)(7)の条件の下に Orowan の式から導出される無数のクリープ構成式のうちで最も単純な一つであり、唯一無二のものではない。しかし、式(1)とは違って、式(18)を介した Orowan の式との対比でその物理的意味を検討することが可能な式である。一見、式(2)は 2つの変形様式による歪が加算的に全歪に寄与しているように見える。しかし、式(3)から導出できることで明らかのように、複数の変形様式の活動を必要としない。

IV. 近似 $a=b$ の妥当性

式(2)では $a=b$ とされている。式(2)が物理的意味をもつには、少なくともこの近似の妥当性が保証される必要がある。Fig. 4(a)は SUS316 鋼のクリープ曲線の 1 例で、(b)では同じ曲線が $\dot{\epsilon}-\epsilon$ 曲線に直してある。図中の実線は、実測値を最もよく再現するように各パラメータを決定し、それらを式(2)に代入して計算したものである。変形初期および後期の $\dot{\epsilon}-\epsilon$ 曲線の傾きは、式(10')(11')から明ら

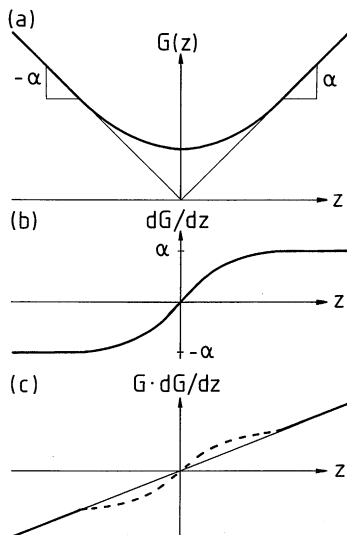


Fig. 3 Schematic representation of (a) creep rate $G(z)$, (b) the gradient of $G(z)$ - z curve, and (c) $G(z) \cdot (dG/dz)$ versus strain z curves.

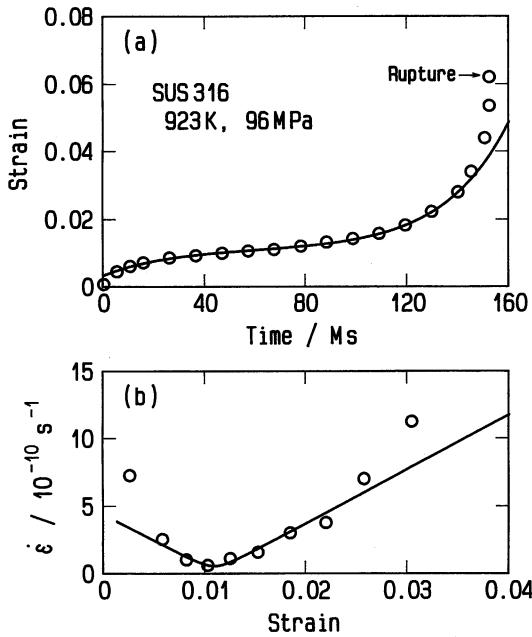


Fig. 4 A creep curve of SUS316 stainless steel. (a) strain versus time, and (b) creep rate versus strain curves.

かなように、それぞれ a および b に相当する。この結果は、変形初期および破断近傍の点を除けば、 $a=b$ とし、差し支えない例が実在することを示している。

式(2)と違って傾きが等しい必要はないが、式(1)でも変形初期および後期の $\dot{\epsilon}$ - ϵ 曲線は直線に漸近しなければいけない。したがって、 $a \neq b$ とした式(1)を用いても変形初期および後期のずれた点を記述することはできない。転位の長距離運動で塑性変形している場合でも、変形初期には弾性、擬弾性など他の変形様式による歪が付加される。また、後期には破壊に起因する歪も付加される。これらを考えると、一般にはクリープ構成式は次のような形になるであろう。

$$\begin{aligned} \epsilon = & \epsilon_e + A_4 \{1 - \exp(-a_4 t)\} \\ & + A_2 \{1 - \exp(-at)\} + B_2 \{\exp(at) - 1\} \\ & + B_4 \{\exp(b_4 t) - 1\} + \dots \end{aligned} \quad (21)$$

ここで ϵ_e は弾性歪、 A_4 、 a_4 、 B_4 、 b_4 は定数である。このような他の変形様式による歪の寄与が変形初期および後期の式(2)からのずれの原因と考えられる。

V. 式(2)の意味とその妥当性

1. パラメータの意味

式(19)(20)から明らかなように、式(2)の A_2 と B_2 は最小クリープ速度 $\dot{\epsilon}_m$ とそれに達する歪量 ϵ^* から決まる積分定数である。ただし式(2)の形から明らかなように、 A_2 は1次クリープの飽和歪量に相当し、加工硬化が激し

いほど小さな値となる。 B_2 は組織の安定性と関係しており、実験的には組織不安定なものほど大きな B_2 の値をとる⁽¹⁰⁾。

すべり律速の転位クリープでは、クリープ速度は式(3)で与えられる。転位密度 ρ は、Fig. 2 のように変形の進行とともに変化し、次のように表現される。

$$\rho = \sigma^2 f_g(\epsilon) \quad (22)$$

ここで σ はクリープ応力、 $f_g(\epsilon)$ は ϵ の関数である。転位速度 v_g は

$$v_g = v_{og} D (\sigma - \sigma_i)^m \quad (23)$$

と表現される。ここで D は拡散係数、 v_{og} と m は定数である。内部応力 σ_i は転位密度と析出粒子間隔で決まる。Fig. 2 のように、転位密度と粒子間隔(粒子密度 N) が ϵ の増加とともに変化することを考えれば、転位速度は一般には次のように書かれる。

$$v_g = v_{og} D \sigma^m g_g(\epsilon) \quad (24)$$

ここで $g_g(\epsilon)$ は ϵ の関数である。これらを式(3)に代入すると次式が得られる。

$$\dot{\epsilon} = b v_{og} D \sigma^{m+2} f_g(\epsilon) g_g(\epsilon) \quad (25)$$

式(2)では、クリープ速度が式(18)のように表現できている。したがって、式(18)と(25)の比較から、式(18)では

$$f_g(\epsilon) \cdot g_g(\epsilon) = C \sqrt{(\epsilon - \epsilon^*)^2 + (\dot{\epsilon}_m / \alpha)^2} \quad (26)$$

と仮定したことになる。ここで C は ϵ^2 の項の係数である。このことを考慮して式(18)と(25)を比較すると、すべり律速の転位クリープでは α は次の意味をもつことになる。

$$\alpha = b v_{og} D \sigma^{m+2} C \quad (27)$$

回復律速の転位クリープでは、クリープ速度は次のように表現される。

$$\dot{\epsilon} = \rho b L \quad (28)$$

転位の消滅速度 $\dot{\rho}$ は、転位の上昇速度 v_c と上昇距離 h_c で決まり、 $h_c = 1/\sqrt{\rho}$ とすると次のようになる。

$$\dot{\rho} = \rho v_c / h_c = \rho^{3/2} v_c \quad (29)$$

ここで、転位密度 ρ 、 v_c 、転位の運動距離 L を

$$\rho^{3/2} = \sigma^3 f_c(\epsilon) \quad (30)$$

$$v_c = v_{oc} D \sigma \quad (31)$$

$$L = g_c(\epsilon) / \sigma \quad (32)$$

とすると、式(28)は次のように表現される。

$$\dot{\epsilon} = b v_{oc} D \sigma^3 f_c(\epsilon) g_c(\epsilon) \quad (33)$$

ここで v_{oc} は定数、 $f_c(\epsilon)$ と $g_c(\epsilon)$ は ϵ の関数である。回復律速の場合にも、 $f_c(\epsilon) g_c(\epsilon)$ として式(26)と同じ形のもの(18)では仮定したことになっており、 α は次の意味をもつ。

$$\alpha = b v_{oc} D \sigma^3 C \quad (34)$$

2. α の意味の妥当性

式(27)(34)から明らかなように、 α は D に比例し、応力依存項を含み、定常クリープ速度の温度、応力依存性を

Table 1 Activation energies for self diffusion of the base elements Q_D , for minimum creep rate Q_C , and for the rate constant of Eq. (2) Q_α ⁽¹¹⁾.

Base element	Q_D (kJ/mol)	Alloying element	Q_C (kJ/mol)	Q_α (kJ/mol)	
Fe (BCC)	340	0.4Cr Mo V C	550	346	
		1Cr Mo V C	354	353	
		9Cr Mo V Nb C		350	
		12Cr Mo V Nb C	500	352	
		2.2Cr Mo C	373	368	
		2.5Cr Mo C	420	361	
Fe (FCC)	295	18Cr 13Ni Ti C	663		low stress
			420	308	high stress
Zn (HCP)	95	pure Zn	100	95	
Al (FCC)	140	2.3Li Cu Mg Zr (hot extruded)	255	161	low stress
			187		high stress
		2.4Li Cu Mg Zr (Cold rolled)	326	146	low stress
			175		high stress

示す式と類似している。なお α には、 v_0 , D および応力依存項のように転位運動に関する項の他に、組織変化に関する係数 C が含まれている。

Table 1⁽¹¹⁾には、種々の材料の最小クリープ速度と α の活性化エネルギー Q_C と Q_α がまとめられている。 Q_C の値は自己拡散の活性化エネルギー Q_D と一致しないものが多い。これに対して Q_α の値は、式(27)(34)から予想されるように常に Q_D とほぼ一致している。このことは、式(26)の C が大きな温度依存性を持たないことを示す。それと同時に、式(2)導出のための仮定(式(6)(7))および $a=b$ という近似の妥当性を示唆する。

VI. ま と め

(1) 1次クリープと3次クリープの速度定数が異なる。式(1)は、式(6)(7)の条件の下にOrowanの式から導かれるクリープ構成式とは異なる可能性がある。

(2) 1次クリープと3次クリープの速度定数が等しい式(2)は、式(6)(7)の条件下でOrowanの式から導出される構成式のうちで最も単純な1つである。したがって、式(2)は複数の様式での変形が同時におきていることを必ずしも意味しない。

(3) 転位クリープの場合には、式(2)の速度定数 α は式(27)(34)のような意味をもつ。この式からの予測は実験結果と一致しており、式(2)導出に必要な仮定は物理的にかなり妥当なものと考えられる。

本論文執筆にあたって、東京工業大学大学院総合理工学研究科 加藤雅治博士に多くの助言をいただいたことを感謝します。本研究は文部省科学研究費一般研究C(No. 03650564)と(財)豊田理化学研究所からの補助の下に行われたことを付記して謝意を表します。

文 献

- (1) R. W. Evans and B. Wilshire: *Creep of Metals and Alloys*, The Inst. Metals, London, (1985), Chap. 6.
- (2) 丸山公一, 及川 洪: 鉄と鋼, **73**(1987), 26.
- (3) 丸山公一, 及川 洪: 日本金属学会誌, **50**(1986), 701.
- (4) K. Maruyama, T. Takahashi and H. Oikawa: Mater. Sci. Eng., 投稿中.
- (5) K. Maruyama, C. Tanaka and H. Oikawa: Trans. ASME, J. Press. Vess. Technol., **112**(1990), 92.
- (6) K. Maruyama, H. Kushima and T. Watanabe: ISIJ Int., **30**(1990), 817.
- (7) H. Ota, K. Maruyama and H. Oikawa: *Strength of Metals and Alloys*, Ed. by D. G. Brandon et al., Freund Publ., London, (1991), 343.
- (8) B. F. Dyson and M. McLean: ISIJ Int., **30**(1990), 802.
- (9) F. Garofalo: *Fundamentals of Creep and Creep-Rupture in Metals*, The Macmillan Co., New York, (1965), Chap. 2.
- (10) 九島秀昭, 渡部 隆, 八木晃一, 丸山公一: 鉄と鋼, 投稿中.
- (11) K. Maruyama, C. Tanaka and H. Oikawa: *Constitutive Laws of Plastic Deformation and Fracture*, Ed. by A. S. Krausz et al., Kluwer Academic Publ., Dordrecht, (1990), 165.