

## 体心立方金属の軸対称変形における方位回転の計算\*

関 根 和 喜\*\* 吉 村 修\*\*\*

Kazuyoshi Sekine and Osamu Yoshimura : Calculation of Lattice Rotations in Axisymmetric Flow for BCC Metals Deforming by  $\{110\} \langle 111 \rangle$  and  $\{112\} \langle 111 \rangle$  Slip. The generalized maximum work procedure proposed by the authors (J. Japan Inst. Metals, 40 (1976), 457), in which the rotation vector of crystals under constrained deformation can be determined uniquely, was applied to the calculation of lattice rotations in bcc metals deforming by  $\{110\} \langle 111 \rangle$  and  $\{112\} \langle 111 \rangle$  slip systems for axisymmetric tension and compression. The computer-predicted results indicated that the  $\langle 110 \rangle$  single fiber texture in tension and the  $\langle 111 \rangle + \langle 100 \rangle$  double fiber texture in compression develop in bcc metals.

(Received November 28, 1975)

### I. 緒 言

結晶塑性に関する Bishop-Hill の最大塑性仕事の原理を拡張した新たな考え方に立脚し、拘束塑性変形を受ける多結晶金属の方位回転を一義的に求める手法と、その応用例として、 $\{111\} \langle 110 \rangle$  すべり系で変形する fcc 金属の軸対称変形における方位回転の計算結果を、すでに第 2 報<sup>(1)</sup>に報告した。

さて、bcc 金属においては、その活動すべり系は、slip trace が wavy になることから、fcc 金属におけるように単純ではない。すべり系のすべり方向が  $\langle 111 \rangle$  であることは多くの研究が一致するところであるが<sup>(2)</sup>、そのすべり面は確定せず、例えば、鉄の常温変形では、 $\langle 111 \rangle$  ペンシルすべりが生ずるとも、あるいはすべり面は  $\{110\}$ 、 $\{112\}$ 、 $\{123\}$  に限定されるともいわれている<sup>(2)</sup>。また、Mo, Nb, W 等では、 $\{110\} \langle 111 \rangle$  と  $\{112\} \langle 111 \rangle$  のみ

\*\* 横浜国立大学工学部安全工学科 (Department of Safety Engineering, Faculty of Engineering, Yokohama National University, Yokohama)

\*\*\* 横浜国立大学大学院 (Graduate School, Yokohama National University, Yokohama)

\* 1975 年 10 月金属学会札幌大会に発表；集合組織形成の計算機シミュレーションに関する研究 (第 4 報)



る。また、結晶回転の降伏条件式は、前報<sup>(1)</sup>で示したごとく次式ようになる。

$$C_R^2 \geq s_7^2 + s_8^2 + s_9^2 \quad (3)$$

ここで、 $C_R$  は多結晶体中の結晶粒が拘束変形によって回転するとき、それに抵抗する力のようなもので、隣接粒との相対的回転を生ずるために必要な最小応力を意味する臨界回転応力である。以上から、*bcc* 金属結晶では、式(1)と式(3)の合計 49 個の降伏曲面が 9 次元応力空間に存在することになる。

つぎに、軸対称変形における巨視的引張り軸あるいは圧縮軸(対称軸)方向を  $X$ 、それに直交する 2 つの方向を  $Y$  と  $Z$  とすると、指定されるべき巨視的ひずみ増分は、座標系( $X$ - $Y$ - $Z$ )に関して、

$$d\epsilon_{XX} = -2 d\epsilon_{YY} = -2 d\epsilon_{ZZ}, d\epsilon_{XY} = d\epsilon_{YZ} = d\epsilon_{ZX} = 0 \quad (4)$$

となる。ただし、 $d\epsilon_{XX}$  は軸ひずみ増分を表わす。そして、 $X$  軸と  $x_3$ ( $[001]$ ) 軸を含む面の  $x_2=0$  なる面からの子午線角を  $\phi$ 、 $X$  と  $x_3$  軸とのなす角を  $(\pi/2 - \mu)$  とするような角度  $\mu$  とによって  $X$  軸の座標系( $x_1$ - $x_2$ - $x_3$ )に対する関係を表示すると†、座標系( $x_1$ - $x_2$ - $x_3$ )に関する巨視的塑性 distortion 増分成分は次のようになる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_1 &= 1/2(3 \cos^2 \mu \cos^2 \phi - 1) \cdot d\epsilon_{XX} \\ d\epsilon_2 &= 1/2(3 \cos^2 \mu \sin^2 \phi - 1) \cdot d\epsilon_{XX} \\ d\epsilon_3 &= -(d\epsilon_1 + d\epsilon_2) \\ d\epsilon_4 &= 3/2(\cos \mu \sin \mu \sin \phi) \cdot d\epsilon_{XX} \\ d\epsilon_5 &= 3/2(\cos \mu \sin \mu \cos \phi) \cdot d\epsilon_{XX} \\ d\epsilon_6 &= 3/2(\cos^2 \mu \cos \phi \sin \phi) \cdot d\epsilon_{XX} \\ d\epsilon_7 &= d\epsilon_8 = d\epsilon_9 = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

結晶に生ずる塑性仕事増分  $W(s_i)$  は、

$$W(s_i) = \sum_{i=1}^9 s_i \cdot d\epsilon_i \quad (6)$$

で与えられるので、ここで考えられている結晶回転の問題は、制約条件式(1)と(3)のもとで目的関数(object function)  $W(s_i)$  を最大とするような最適応力ベクトル  $\{s_i^0\}$  を求める、という非線型最適化問題として解くことができる。そして、結晶の回転軸の方向のみを示す単位ベクトル  $r$  は、式(1)、(3)および(6)で示される最大値問題の最適解を  $s_i^0$  とすると、

$$r = \{s_7^0/C_R, s_8^0/C_R, s_9^0/C_R\}^T \quad (7)$$

で与えられ、これから結晶の回転方向を計算することができる。

本報では、 $\{110\}\langle 111 \rangle$  と  $\{112\}\langle 111 \rangle$  のすべり系の臨界せん断応力はすべて等しいと考えて、加工硬化を無視した。そして、臨界せん断応力  $C_k$  と式(3)における臨界回転応力  $C_R$  の比の値( $C_k/C_R$ )は、これを定める実験的根拠がないため、予備的に行った計算機実験により仮定し

た。すなわち、( $C_k/C_R$ )の値を 10 あるいはそれ以下に定めると、 $X$  軸の方位が  $[100]$ - $[110]$ - $[111]$  ステレオ 3 角形内にあるとき、この 3 角形内の広範な領域において回転が生じないという現象が現われる。実際には、このような回転の生じない安定方位領域は、ステレオ 3 角形内のごく限られたわずかな領域であるはずである。このような条件を満すためには、*bcc* 金属の場合、( $C_k/C_R$ )値は 50~100 以上であることが計算機実験より明らかとなった。そこで、ここでは( $C_k/C_R$ ) $\cong$ 100 と設定して、数値計算を行った。用いた最適値探索法は生成応答曲面法による SUMT である<sup>(9)</sup>。<付録参照>

### III. 数値解析の結果

引張りおよび圧縮変形時に生ずる回転方向の数値解析結果を、それぞれ Fig.1 と Fig.2 の  $[100]$ - $[110]$ - $[111]$  3 角形内に示す。ただし、矢印は任意の回転量を与えたとき

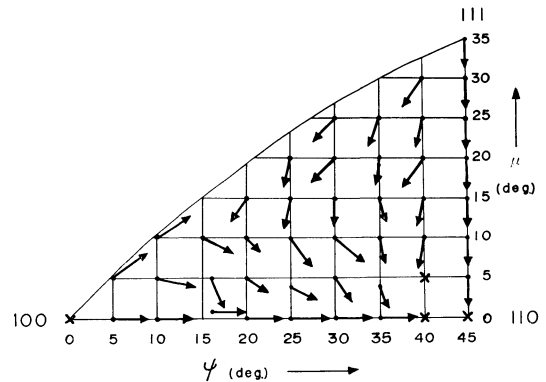


Fig.1 Computed lattice rotation based on  $\{110\}\langle 111 \rangle$  and  $\{112\}\langle 111 \rangle$  slip systems for axisymmetric tension. The mark  $\times$  indicates no rotation.

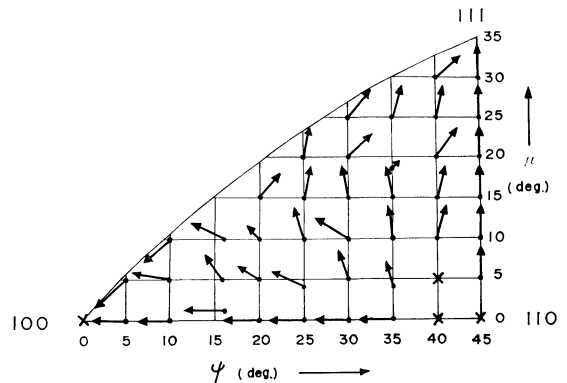


Fig.2 Computed lattice rotation based on  $\{110\}\langle 111 \rangle$  and  $\{112\}\langle 111 \rangle$  slip systems for axisymmetric compression. The mark  $\times$  indicates no rotation.

† これらの関係の(100)標準ステレオ投影図上での表記は前報<sup>(1)</sup>の Fig.2 を参照されたい。

の回転方向のみを示している、図中の X 印は、回転の生じない軸方位で、安定方位を意味している。Fig.1 と Fig.2 は、bcc 金属の軸対称変形においては引張り集合組織として単純 [110] 繊維組織が、また圧縮変形では、[111] を主成分とし [100] を副成分とする二重繊維組織が発達することを示している。本報の解析は比較的単純な仮定から出発したものであるが、ここで与えられた解析結果から鉄や Nb 等の引抜きや圧縮集合組織の形成<sup>(10)(11)</sup>を理解することができると思われる。

#### IV. 結 言

前報(金属学会誌, 40(1976), 457)において、拘束変形下の結晶回転挙動を唯一に求める手法を提案したが、この手法を  $\{110\}\langle 111\rangle$  と  $\{112\}\langle 111\rangle$  の 2 つのすべり系が混合して作動すると仮定したときの bcc 金属の軸対称引張りならびに圧縮変形における結晶格子回転の計算に適用した。計算機によって示された結果は、引張り変形では [110] 繊維組織、また圧縮変形では [100] + [111] 2 重繊維組織が形成されることを示していた。

最後に、御指導いただいた横浜国立大学工学部の井上威恭教授と上城太一教授、ならびに大阪大学工学部の福迫達一教授に謝意を表します。

#### 文 献

- (1) 関根和喜, 吉村 修, 井上威恭, 上城太一: 金属学会誌, 40(1976), 457.

- (2) 阿部秀夫: 鉄と鋼, 52(1966), 882.  
 (3) F.M.A.Carpay, G.Y.Chin, S.Mahajan and J.J. Rubin: Acta Met., 23(1975), 1473.  
 (4) A.J.Opinsky and R.Smoluchoski: J. Appl. Phys., 22(1951), 1380.  
 (5) G.I.Taylor: J.Inst.Metals, 62(1938), 307.  
 (6) J.F.W.Bishop and R.Hill: Phil. Mag., 42(1951), 414.  
 (7) 例えば, 小野勝章: 線型計画法入門, オーム社, p.97.  
 (8) P.Von Houtte and E.Aernoudt: Z.Metallk., 66(1975), 202.  
 (9) C.A.Carroll: Operations.Res., 9(1961), 169.  
 (10) H.Hu: Texture, 1(1974), 233.  
 (11) I.L.Dillamore and W.T.Roberts: Met.Rev., 10(1965), 271.

#### 付 録

SUMT とは Sequential Unconstrained Minimization Technique の略で、制約条件式が不等式のみ、または等式と不等式からなる場合に、目的関数の最小点を与える方法である。いま、制約条件  $g_i(\mathbf{X}) \geq 0 (i=1, 2, 3, \dots, I)$  のもとで、目的関数  $f(\mathbf{X})$  を変数  $\mathbf{X}$  (ベクトル表示) に関して最小にするという問題の解は、制約条件のない最小化問題、すなわち関数

$$Q(\mathbf{X}, \lambda_k) = f(\mathbf{X}) + \lambda_k F(g_i(\mathbf{X})), \text{ all } i$$

を最小にするという問題の、 $\lambda_k \rightarrow 0$  の解の極限值として求められる。ここで、関数  $Q(\mathbf{X}, \lambda_k)$  によって定まる曲面を生成応答曲面という。