

變態を考慮に入れた残留應力の計算*

下 田 秀 夫**

Hideo Shimoda: Calculations of the Residual Stress By Taking Considerations of the Transformation. There are many difficulties in the calculation of the residual stress by taking considerations of transformation. Having done calculations by Dr. Hirones ingenious method, I obtained the following remarkable results: (1) The important conditions which must known to perform the calculations of the residual stress are as follows: (a) Temperature distribution within the steel when any part of it changes to the elastic state, (b) The relation between the threshold temperature of the elastic state and the transformation temperature, and (c) The expansion caused by the transformation, (2) The results of calculation obtained by applying above conditions properly, are very nearly equal to values measured experimentally by H. Bühler and E. Scheil, and (3) These results of calculation are sufficient to explain the phenomena of quenching cracks.

(Received July 30, 1949)

I. 緒 言

残留應力の研究方法としては周知のごとく、實驗的方法と數學的計算のみによる方法との二つがある。前者の代表的なものとしては Sachs の穿孔法があり、材料内における各方向の残留應力を正確に測定することが出来る極めて有用な方法と云はれているが、唯困ることには材料それ自身をバイト或いは腐蝕液で取除かねばならぬと云ふ缺點がある。小形の材料の場合にはそれでも問題はないが、大形になつて來ると穿孔による長さの變化の測定が技術的に困難なると同時に經濟的にも負擔が増すので、實際問題として大形の品物における残留應力の測定には限度がある。

そこで大形の材料の場合には結局後者、即ち數學的計算法によつて求めるより仕方がないと云ふ譯であるが、この方法にも亦幾多の困難が隨伴する。その中でも最も重要なものは變態の影響を考慮に入れて計算することである。然るに廣根博士⁽¹⁾は極めて巧妙なる計算方法によつてこの難點を解決された。

最近、著者は工場における作業上の必要から大形鋼材の残留應力を計算することになり、廣根博士の方法によつて計算を行っている中に、適當な條件を與えるならば計算の結果が極めて實際に近いことを見出し得たのみならず、熱處理と残留應力の間に重要な關係が存在することを見出すことが出来た。以下その概要について説明する。

II. 計 算 方 法

残留應力の計算は Table 1 の (1)式による。この (1)式の中の p 及び s は (2) 式によつて表わされているように熱線膨脹 ω と動徑及び軸方向の永久變形量 α 及び β によつて定められる。熱線膨脹 ω は鋼材内の溫度分布と熱膨脹曲線とが判つておれば容易に求められる。又永久變

Table 1 Equations.

$$\left. \begin{aligned} \widehat{r\bar{r}} &= -\frac{2\mu}{\lambda+2\mu} \left\{ \frac{1}{b^2} \int_0^b p r dr - \frac{1}{r^2} \int_0^r p r dr \right\} \\ \widehat{\varphi\bar{\varphi}} &= -\frac{2\mu}{\lambda+2\mu} \left\{ \frac{1}{b^2} \int_0^b p r dr \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{r^2} \int_0^r p r dr - p \right\} \dots\dots\dots (1) \\ \widehat{z\bar{z}} &= \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} \left\{ \frac{2}{b^2} \int_0^b p r dr - p \right\} \\ &\quad - \left\{ \frac{2}{b^2} \int_0^b s r dr - s \right\} \end{aligned} \right\}$$

where the letters are defined as follows:
 $\widehat{r\bar{r}}, \widehat{\varphi\bar{\varphi}}, \widehat{z\bar{z}}$: stress components in the direction of radius vector, tangent and axis respectively
 λ, μ : Lamé's coefficients of elasticity
 b, r : radius of a steel rod, and distance of any point from the axis of the rod
 $p = -2\{(\lambda+\mu)(\omega+\alpha) - \lambda(\omega+\beta)\}$ (2)
 $s = -2\{(\omega+\alpha) - (\lambda+2\mu)(\omega+\beta)\}$
 ω : thermal linear expansion
 α, β : permanent sets in the direction of radius vector and axis respectively
 $3kx = -2\mu\alpha + (3\lambda+4\mu)\beta$ (3)
 $3y = 2\alpha + \beta$

$$\left. \begin{aligned} x &= (\bar{\omega}_a - \bar{\omega}_b) - 2 \int_a^b \frac{\omega_m - \bar{\omega}_r}{b^2 - r^2} r dr \\ y &= (\bar{\omega}_a - \bar{\omega}_b) + 2 \int_a^b \frac{\omega_m - \bar{\omega}_r}{r} dr \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

where
 $\bar{\omega}_a = \frac{2}{b^2 - a^2} \int_p^b \omega r dr, \quad \bar{\omega}_b = \frac{2}{b^2} \int_0^a \omega r dr$

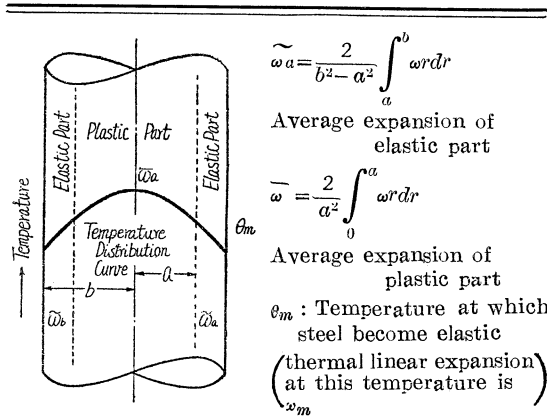
a : distance of the axis of a steel rod from a point in the rod at which the steel starts to become elastic
 ω_m : thermal linear expansion of steel at a point at which the steel starts to become elastic.

** 日本製鋼所室蘭製作所
 * 昭和23年4月本會東京大會に發表
 (1) 廣根, 理研彙報, 16 (1937), 1229.

形量 α 及び β を (3) 式のごとく x 及び y で置換すると、 x, y の値は (4) 式のごとくなり容易に計算出来る形になる。即ち x, y が求められれば容易に $\bar{r}r, \bar{\varphi}\varphi, \bar{z}z$ の値を計算することが出来る譯である、

扱て (4) 式における $\bar{\omega}_a, \bar{\omega}_b, \bar{\omega}_r, \bar{\omega}_a, \bar{\omega}_b, \bar{\omega}_r$ 等の計算には矢張り鋼材内の温度分布と熱膨脹曲線とが必要である。鋼材内の温度分布は次のような方法で近似値を求めた。即ち一定の表面冷却速度で冷却しつゝある丸棒鋼材内の温度分布は時間が或る程度経過した後においては Table 2 の (5) 式の関係で表わされる。これに適當な常數を入れて見ると結局 (6) 式のごとき内外の温度差を保ちつゝ、冷却するものと見做される。説明の便宜上このような條件が成立する場合について考えることにした。又計算の都合上 θ_m なる温度を考え、これ以上の温度においては鋼は完全なる塑性體になり、これ以下の温度においては鋼は突然完全弾性體になるものと假定した。

Table 2 Equations.



The temperature distribution curve of a rod, cooling a constant velocity C , is as follows :

$$T = T_0 + \frac{C}{4k} (b^2 - r^2) - Ct \dots \dots \dots (5)$$

where T : Temperature, T_0 : temperature before cooling

C : cooling velocity on surface t =time
 b : radius of a steel rod k : thermal diffusibility

Putting T_1 as the temperature difference between the inside and the outside of the steel material,

$$T_1 = \frac{C}{4k} (b^2 - r^2)$$

where $k = \frac{K}{c\rho}$. Putting $K=25.2$ kcal/m. h,

$c=0.21$ kcal/kg, $\rho=7.88 \times 10^3$ kg/m³.

$$T_1 = 16.32C(b^2 - r^2) \dots \dots \dots (6)$$

III. 計算結果

(A) 冷却速度の影響 先ず γ 状態においては鋼は殆ど完全塑性で流體的の應力のみが存在し、變態が終了して α 状態になり終つた瞬間に弾性化するものと假定する。この假定的下に半徑 24m/m の鋼丸棒を毎分 133°, 267° 及び 533°

の冷却速度で冷却した場合の残留應力を計算して見ると Fig. 1 のごとくなる。即ち冷却速度 133°C/min の場合は

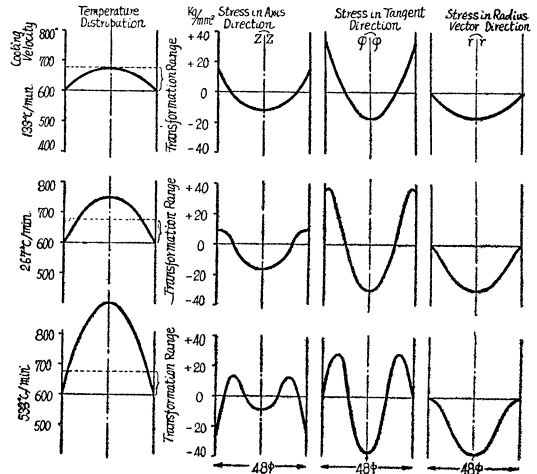


Fig. 1 Effect of Cooling Velocity on Residual Transformation Stress.

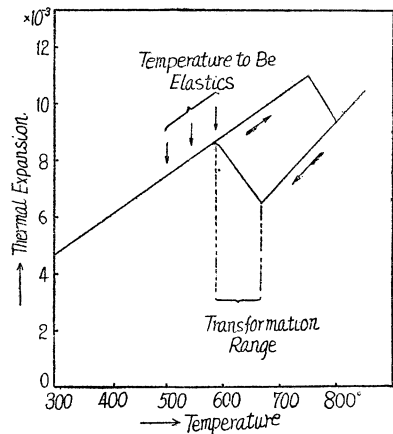


Fig. 1' Thermal Expansion Curve.

外周部に最大の引張力が作用し中心部に最高の壓縮力が作用する。次に冷却速度が 267°C/min の場合は最初の場合と略々同様であるが、外周部における引張力の大きさが稍々低下しようとする傾向が見える點が異つている。更に冷却速度が大きくなつて 533°C/min になると外周部における軸方向並びに切線方向應力は引張力から壓縮力に變ろうとする傾向を示している。

これ等の計算結果を H. Bühler 及び E. Scheil が Fe-Ni 合金について Sachs の穿孔法によつて求めた結果と比較して見ると、両者が非常によく似ていることが判る (Fig. 2 と比較)。即ち試料の寸法や冷却速度が大體同程度であることを考慮するならば、これ等の計算方法や、 α 鐵になり終つた瞬間に弾性化するという假定は相當によく實際を現わすものと見て差支なからう。

これは單に Fe-Ni 合金の場合のみでなく、炭素鋼について實驗した管野氏の論文を見ても全く類似の應力分布を

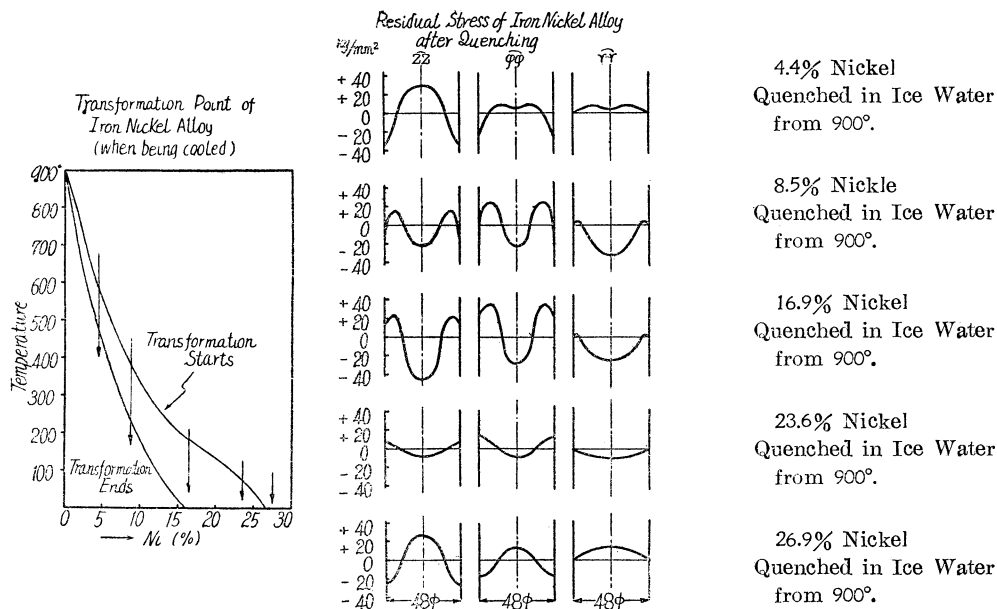


Fig. 2 Experiment of H. Bühler and E. Sheil.

示している* (Fig. 3). 茲に注目すべき事柄が二つある。

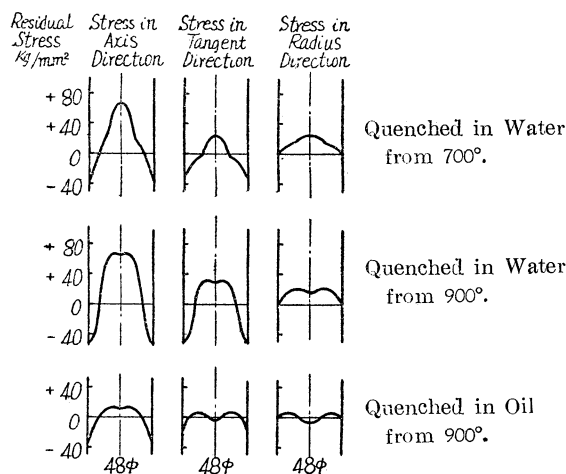


Fig. 3 Sugenô's Experiment (0.3% C carbon steel).

(1) 鋼材の残留應力は塑性から弾性へ變化する際に於ける温度分布の状態によつて定まること

即ち冷却に際して外周部が變態を終了して完全なる弾性體となつた瞬間、中心部がこれより収縮した状態にある場合 (Fig. 1 において冷却速度 133°C/min の場合に相當する) には外周部に最高の引張中心部に最高の壓縮力が残留する。又外周部が變態を終了して完全な弾性體となつた瞬間、中心部がそれよりも膨脹した状態にある場合 (Fig. 1 において冷却速度 533°C/min の場合に相當する) には外周部の残留應力は引張から壓縮へ變ろうとする傾向を示す。中心部の収縮或いは膨脹はその温度によつて定まるの

* 應力分布の形状が稍々計算結果と異なるのは質量効果の爲である。これについては別の機会に説明する。

である。

(2) 變態による残留應力 (残留變態應力と假稱) は切線方向における分應力が軸方向や動徑方向の分應力に比較して著しく大きいこと

これは小形鋼材の焼割と密接な關係があると考えられる。即ち小形鋼材を焼入すると内外殆ど完全にマルテンサイト化し、軸方向に平行に焼割が生ずることは周知の事柄である。このような場合には (6) 式より考えても鋼の内外における温度差は著しくないことが豫想され、外周部に最大の引張力が残留するものと推定されるのである。従つて焼割が軸に平行に發生することは當然考えられる。

(B) 弾性化温度の影響 今迄に γ 状態にある鋼は完全な塑性體で α 状態になり終つた瞬間に完全弾性體になるものと假定して計算した。この度は塑性體から弾性體に變る温度を變態終了後 50° 低下した處、100° 低下した處、及び更に著しく低下した處にあると假定して計算して見た。前と同様、半徑 24m/m のものを 533°C/min の冷却速度で冷却した場合の各々について求めた。その結果は Fig. 4 に示した。これから判ることは次の通りである。

(1) 變態温度に對する弾性化温度の位置が残留應力の形状に著しい影響を與へること

弾性化温度が變態終了温度より降下するに従つて中心部の残留應力は引張力を増大しようとする傾向を有するようになる。

(2) 焼入によりマルテンサイト化する場合には α -相-完全塑性 α -相-完全弾性の假定が成立し、高温度でパーライト變態が起る場合には $\gamma \rightarrow \alpha$ 變態終了後或る程度降下した温度に於て度性 \rightarrow 弾性の變化が起ると云ふ假定が近似的に成立つようである 焼入によりマルテンサイト化する場合には $\gamma \rightarrow \alpha$ 變態終了の瞬間、安全に弾性化すると云ふ假定が成立することは前述の如く文献と比較對照し

て見ても明白である。

次に比較的高温度でパーライト変態が行われる場合が問

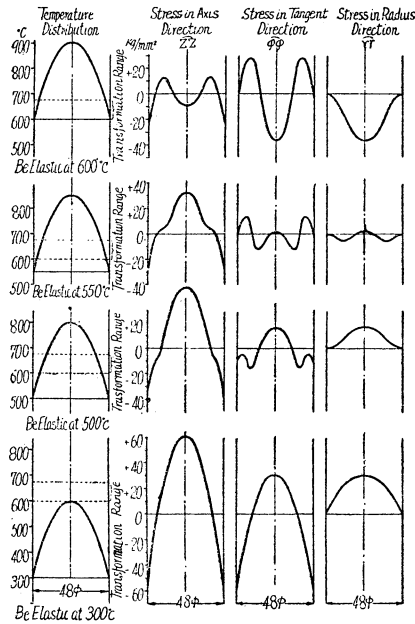


Fig. 4 Effect of Temperature to be Elastic Residual Transformation Stress (In the of cooling rate is 533°C/min).

題である。著者の実験によれば、少くとも 400°以上の温度から急冷した低炭素鋼には残留応力が存在することや、菅野氏の実験結果にも、700°から水冷したものの応力分布に著者の計算と極めて類似のものがある点から見て、変態点が極めて高い鋼（例へば低炭素鋼）においては恐らく $\gamma \rightarrow \alpha$ 変態終了後或る程度が降下した處で始めて塑性 \rightarrow 弾性の變化が起るものと考えられる。勿論これは鋼種によつて異なるものと推定されるので、その方面について目下研究中である。

(C) 変態における膨脹の影響 焼入の場合の $\gamma \rightarrow \alpha$ 変態、即ちマルテンサイト化に伴つて生ずる膨脹の形状が残留応力の分布形状に大きな影響を與えるであらうことは容易に考えられる處である。このことを更に明瞭にする爲に次の計算を試みた。

この計算においては計算の都合上、表面の冷却速度を無限大にとり、焼入の瞬間品物の表面は焼入液の温度迄低下して丁ぶものと假定した。

又鋼材のマルテンサイト化終了温度は 100°とし、この温度においてこの鋼は完全なる弾性體になるものと假定した。計算の結果は Fig. 5 に示す。

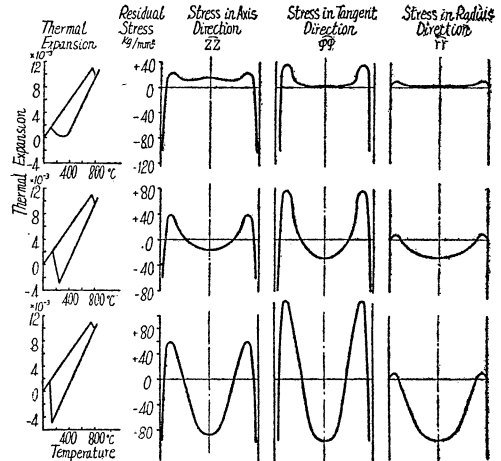


Fig. 5 Effect of Transformation Expansion Residual Transformation Stress.

この圖から判ることはマルテンサイトの膨脹が徐々に起り、全體の膨脹量が少いものは變態による残留應力（即ち残留變態應力）が少く、逆にマルテンサイトの膨脹が低温度で急激に起り、而も全體の膨脹量が大なるものは、残留變態應力も亦大きいことである。

斯様な關係は鋼の材質と焼割との關係、或いは焼入方法と焼割との關係を暗示するものと考えられ誠に興味ある問題である。

IV. 結 言

以上を要するに廣根博士の計算方法が残留應力の研究に對して Sachs の穿孔法に匹敵するか、或はそれ以上の有力な方法であることを紹介したものであるが、計算に當つて重要なことは次の通りである。

- (1) 表面が弾性化を始めた時の、内部の温度分希（冷却速度）
- (2) 弾性化を始める温度と變態温度との關係
- (3) 變態における膨脹

以上の三つの條件によつて残留應力は決定する。

終りに臨み御懇篤なる御指導を賜つた東北大學教授廣根徳太郎博士並びに日本製鋼所室蘭製作所長取締役小林佐三郎博士に深謝を捧げる次第である。